

1. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα  $\int \int_D \frac{1}{y+3} dx dy$  όπου  $D$  είναι το χωρίο του επιπέδου το οποίο φράσσεται από τις καμπύλες με εξισώσεις  $y = x - 6$  και  $x = y^2$ .

2. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα  $\int \int_D y dx dy$  όπου  $D$  είναι το χωρίο του επιπέδου το οποίο φράσσεται από τις καμπύλες με εξισώσεις  $y = x/2$  και  $y = 2x - x^2$ .

3. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα  $\int \int_D xy^2 dx dy$  όπου  $D$  είναι το χωρίο του επιπέδου το οποίο φράσσεται από τις καμπύλες με εξισώσεις  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = -\sqrt{x}$  και  $x = 1$ .

4. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα  $\int \int_D \frac{e^y}{x^2} dx dy$  όπου  $D$  είναι το χωρίο του επιπέδου το οποίο φράσσεται από τις καμπύλες με εξισώσεις  $y = 1/x$ ,  $y \ln(x)$ ,  $x = e$  και  $x = 5$ .

5. Υπολογίστε το επαναλαμβανόμενο ολοκλήρωμα

$$\int_0^8 \int_{x^{1/3}}^2 \frac{x}{\sqrt{16+y^7}} dy dx$$

6. Υπολογίστε το άθροισμα των επαναλαμβανόμενων ολοκληρωμάτων

$$\int_2^4 \int_{\frac{1}{y}}^{\frac{1}{2}} \frac{\sin(xy)}{x} dx dy + \int_4^{16} \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{\sqrt{y}}} \frac{\sin(xy)}{x} dx dy$$

7. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα  $\int \int_D \sqrt{x^2 + y^2} - 1 dx dy$  όπου  $D$  είναι το χωρίο του άνω ημιεπιπέδου το οποίο φράσσεται από τις καμπύλες με εξισώσεις  $x^2 + y^2 = 3$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ .

8. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα  $\int \int_D \frac{x-y}{x^2+y^2} dx dy$  όπου  $D$  είναι το χωρίο στο πρώτο τεταρτημόριο του επιπέδου το οποίο φράσσεται από τις καμπύλες με εξισώσεις  $y = x$ ,  $y = 0$ ,  $x + y = 1$  και  $x^2 + y^2 = 4$ .

9. Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα  $\int \int \int_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$  όπου  $\Omega$  είναι το στερεό που φράσσεται από τις επιφάνειες  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  και  $z = 1$ .

10. Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα  $\int \int \int_{\Omega} (1 + x + y + z)^{-4} dx dy dz$  όπου  $\Omega$  είναι το στερεό στο πρώτο ογδοημόριο του χώρου που φράσσεται από τις επιφάνειες  $x + y + z = 1$ ,  $x + y + z = 2$ .

11. Υπολογίστε τον όγκο του στερεού που φράσσεται από τις επιφάνειες  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  και  $z = 6 - x^2 - y^2$ .

12. Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα  $\int \int \int_{\Omega} z dx dy dz$  όπου  $\Omega$  είναι το στερεό στο πρώτο ογδοημόριο του χώρου που φράσσεται από τις επιφάνειες  $x + y = 2$ ,  $x + 2y = 6$  και  $y^2 + z^2 = 4$ .

13. Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα  $\int \int \int_{\Omega} z \, dx \, dy \, dz$  όπου  $\Omega$  είναι το στερεό που φράσσεται από τις επιφάνειες  $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  και βρίσκεται εντός του κώνου.

14. Αν  $a > 0$ , υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα  $\int \int \int_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$  όπου  $\Omega$  είναι το στερεό που φράσσεται από τις επιφάνειες  $x^2 + y^2 = 2ax$  και  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

15. Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα  $\int \int \int_{\Omega} z \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$  όπου  $\Omega$  είναι το στερεό στον ανω ημιχώρο που φράσσεται από τις επιφάνειες  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $z = x$ ,  $z = 0$ .

16. Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα  $\int \int \int_{\Omega} x^2 + y^2 \, dx \, dy \, dz$  όπου  $\Omega$  είναι το στερεό στον ανω ημιχώρο που φράσσεται από τις επιφάνειες  $x = 4$ ,  $y = 5$ ,  $z = x$  και  $z = 0$ .

17. Υπολογίστε τον όγκο του στερεού που βρίσκεται στον ανω ημιχώρο, φράσσεται από τις επιφάνειες  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  και  $x^2 + y^2 = 2y$  και βρίσκεται εντός του κυλίνδρου.

18. Υπολογίστε τον όγκο του στερεού που φράσσεται από τις επιφάνειες  $x^2 + y^2 = 1$  και  $x^2 + z^2 = 1$ .

19. Υπολογίστε τον όγκο του στερεού που βρίσκεται στο πρώτο ογδοημόριο και φράσσεται από τις επιφάνειες  $y = 9 - z^2$  και  $x = 3 - z$ .

20. Συμβολίζουμε με  $\Omega$  το στερεό που βρίσκεται στο πρώτο ογδοημόριο και φράσσεται από τις επιφάνειες με εξισώσεις  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = y$  και  $x + y + z = 1$ . Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα

$$\int \int \int_{\Omega} \sin(x + y + z) \, dx \, dy \, dz$$