

ΕΞ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘ. ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΑΤΜ, 1/2/2021
ΟΜΑΔΑ Β (Ο ΑΜ λήγει σε 1, 3, 5, 7, 9)

Ονοματεπώνυμο και ΑΜ :

A.(3,5 μον) **Από τις παρακάτω προτάσεις βρείτε ποιές είναι σωστές και ποιές είναι λάθος:**

(A1) Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, n -φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση. Τότε το πολυώνυμο Taylor τάξης n της f με κέντρο το $x_0 = 2$ δίνεται από τον τύπο $T_n(x) = f(2) + \frac{f'(2)}{1!}(x-2) + \frac{f''(2)}{2!}(x-2)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(2)}{n!}(x-2)^n$.
Σ□ Λ□

(A2) Ισχύει ότι $\sin\left(\arccos\left(-\frac{3}{5}\right)\right) = -\frac{4}{5}$. **Σ□ Λ□**

(A3) Η ακολουθία $a_n = \frac{(n+1)^n}{n^n}$ συγκλίνει στο $+\infty$. **Σ□ Λ□**

(A4) Έστω η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Αν $0 < n^2 < a_n$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$ τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ δεν συγκλίνει. **Σ□ Λ□**

(A5) Έστω η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ με $a_n > 0$. Αν $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}$ τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει. **Σ□ Λ□**

(A6) Έστω ότι η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ αποκλίνει για κάποιο $x = x_0 > 0$. Τότε αποκλίνει για όλα τα $x > x_0$. **Σ□ Λ□**

(A7) Έστω η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ με ακτίνα σύγκλισης R . Αν για κάθε $k \in \mathbb{N}$ η σειρά $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{k^n}$ αποκλίνει τότε $R = 0$. **Σ□ Λ□**

B. Να γράψετε και να επισυνάψετε την λύση των επόμενων ασκήσεων :

B1. (1 μον) Βρείτε το πολυώνυμο Taylor της συνάρτησης $f(x) = e^x \sinh x$ τάξης $n = 2$ με κέντρο το $x_0 = 0$.

B2. (α)(1 μον) Βρείτε την ακτίνα σύγκλισης R της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}(x-3)^n$.

(β)(1 μον) Για ποια $x \in \mathbb{R}$ η δυναμοσειρά συγκλίνει και για ποιά αποκλίνει;

B3. (1 μον) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int_4^5 \frac{x}{x^2 - 8x + 17} dx$.

B4. (1 μον) Βρείτε και ταξινομήστε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης $f(x, y) = x^2 - xy + y^3$.

B5. (α) (0,5 μον) Η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ συγκλίνει ή όχι;

(β) (1 μον) Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση την σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$.