



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ – ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

« ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι - Τμήμα 2 »

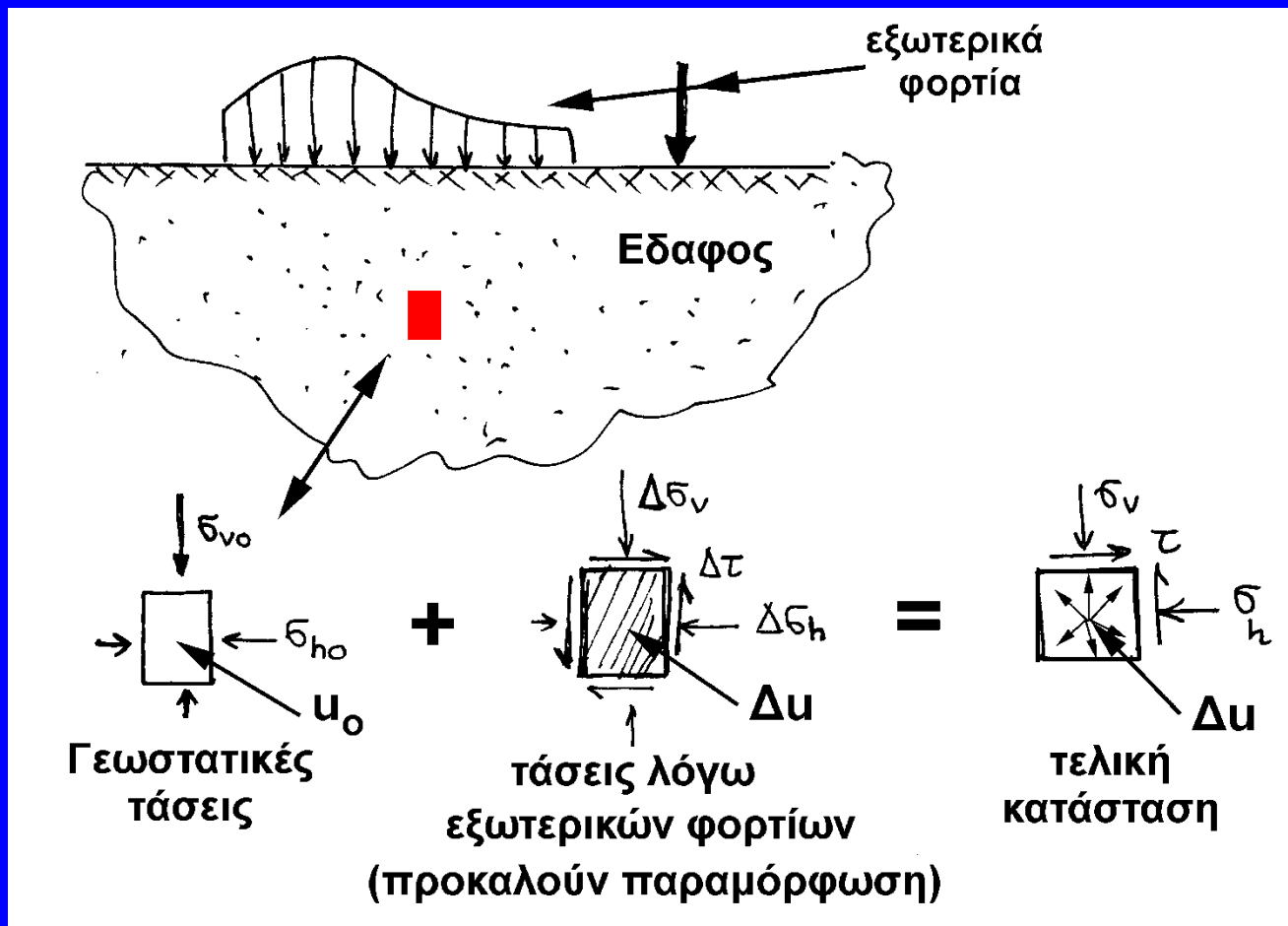
4^ο ΕΞ. ΠΟΛ-ΜΗΧ. ΕΜΠ - Ακαδ. Έτος 2018 - 19

ΔΙΑΛΕΞΗ 8

ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ ΛΟΓΩ ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

17.02.2019

ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ ΛΟΓΩ ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

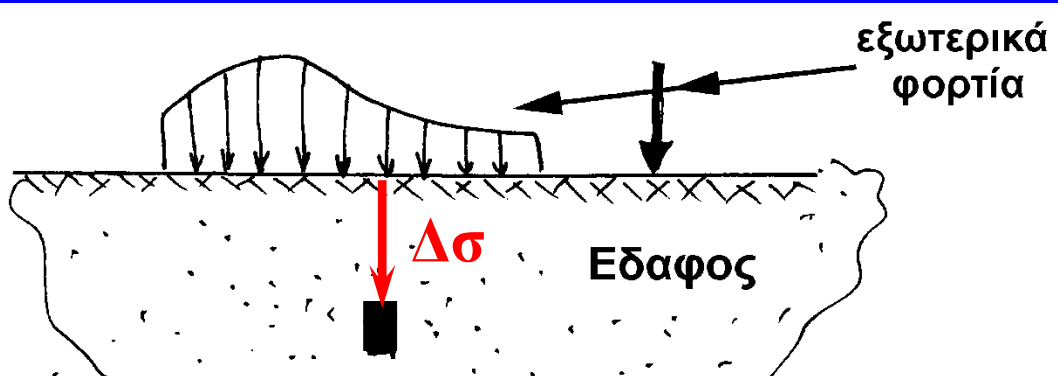


Λόγω των εξωτερικών φορτίων, αναπτύσσονται στο έδαφος πρόσθετες τάσεις και πιέσεις πόρων που προκαλούν παραμορφώσεις

Το θεμελιώδες πρόβλημα :

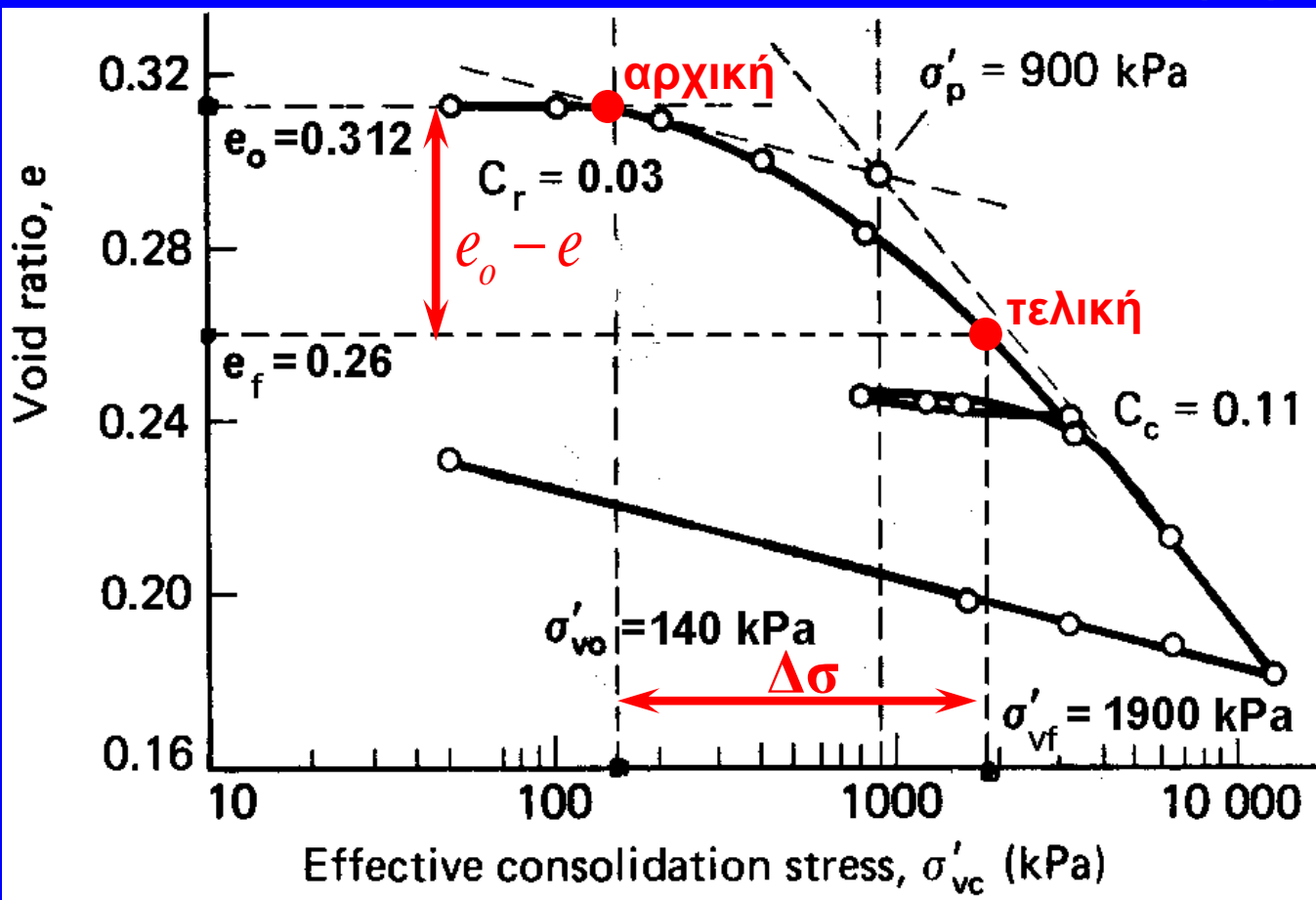
Ο προσδιορισμός των παραμορφώσεων λόγω των εξωτερικών φορτίων

ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ ΛΟΓΩ ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ



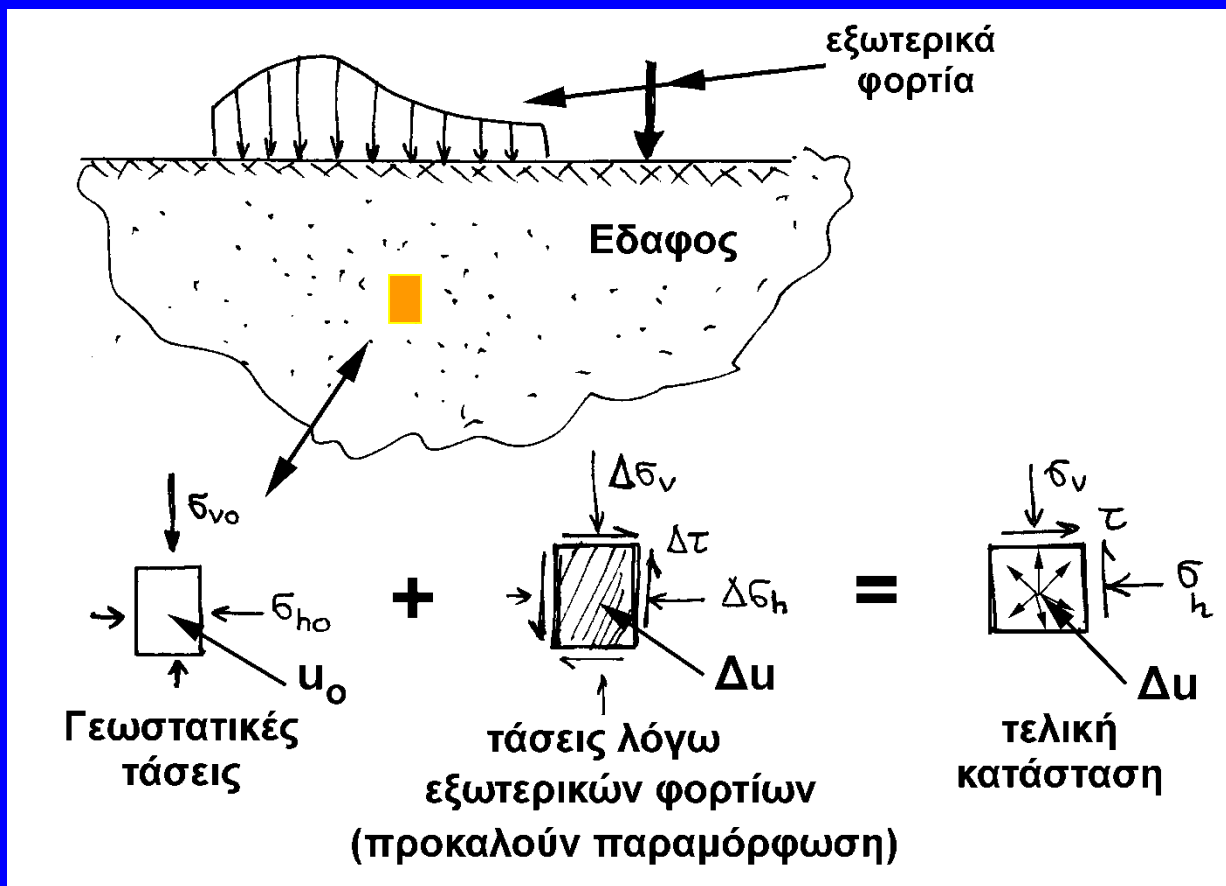
Οι παραμορφώσεις εξαρτώνται από :

1. τις πρόσθετες τάσεις
2. τις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων (σ - ϵ)



$$\Delta\epsilon_v = \frac{e_o - e}{1 + e_o}$$

ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ ΛΟΓΩ ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ



Όμως, οι αναπτυσσόμενες τάσεις δεν εξαρτώνται μόνον από τη φόρτιση αλλά και από τις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων του εδάφους (σ - ϵ)

Άρα : το πρόβλημα του προσδιορισμού των παραμορφώσεων δεν μπορεί να επιλυθεί μέσω της απλής διαδικασίας :

$$P \rightarrow (\Delta\sigma, \Delta u) \rightarrow \Delta\epsilon$$

Ο προσδιορισμός των παραμορφώσεων του εδάφους συνήθως απαιτεί τη λύση ενός σύνθετου προβλήματος συνοριακών τιμών με μερικές παραγώγους

1. Διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + f_x = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + f_y = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z = 0$$

2. Σχέσεις μεταξύ ενεργών τάσεων και πιέσεων πόρων :

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + u \delta_{ij}$$

3. Σχέσεις ενεργών τάσεων και παραμορφώσεων :

$$\Delta\sigma'_{ij} = C_{ijkl} \Delta\varepsilon_{kl} \quad \text{όπου :} \quad \Delta\sigma'_{ij} \equiv \sigma'_{ij} - (\sigma'_{ij})_0$$

Παράδειγμα στην περίπτωση Γραμμικής Ισότροπης Ελαστικότητας:

$$\Delta\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\Delta\sigma'_{xx} - \nu(\Delta\sigma'_{yy} + \Delta\sigma'_{zz})] \quad \Delta\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \Delta\tau_{xy}$$

$$\Delta\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\Delta\sigma'_{yy} - \nu(\Delta\sigma'_{xx} + \Delta\sigma'_{zz})] \quad \Delta\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \Delta\tau_{yz}$$

$$\Delta\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\Delta\sigma'_{zz} - \nu(\Delta\sigma'_{xx} + \Delta\sigma'_{yy})] \quad \Delta\gamma_{xz} = \frac{1}{G} \Delta\tau_{xz}$$

4. Σχέσεις παραμορφώσεων και μετακινήσεων :

$$\Delta\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$$

5. Σχέσεις προσδιορισμού της πίεσης των πόρων :

(α) Συσχέτιση της πίεσης των πόρων με την πιεζομετρική στάθμη :

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

(β) Προσδιορισμός της κατανομής της πιεζομετρικής στάθμης :

(υπό κάποιες προϋποθέσεις μέσω της εξίσωσης Laplace)

$$\nabla^2 h = 0$$

6. Συνοριακές συνθήκες :

(α) Τάσεων ή/και μετακινήσεων στο σύνορο

(β) Πίεσεων πόρων ή/και παροχών στο σύνορο

Η επίλυση του συνδυασμού των ανωτέρω σχέσεων απαιτεί προηγμένες αριθμητικές μεθόδους (π.χ. πεπερασμένα στοιχεία)

Σε ορισμένες περιπτώσεις απλής γεωμετρίας και φόρτισης και με την παραδοχή γραμμικής ελαστικότητας υπάρχουν αναλυτικές λύσεις

Απλές περιπτώσεις γεωμετρίας και φόρτισης, για τις οποίες υπάρχουν αναλυτικές ή απλές αριθμητικές λύσεις με την παραδοχή Γραμμικής Ισότροπης Ελαστικότητας

Αξονοσυμμετρικές φορτίσεις :

1. Κατακόρυφη δύναμη στην επιφάνεια οριζόντιου εδάφους
2. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε κυκλική επιφάνεια

Δι-διάστατες φορτίσεις (επίπεδη παραμόρφωση) :

3. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε απειρομήκη γραμμή
4. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε απειρομήκη λωρίδα

Λοιπές φορτίσεις :

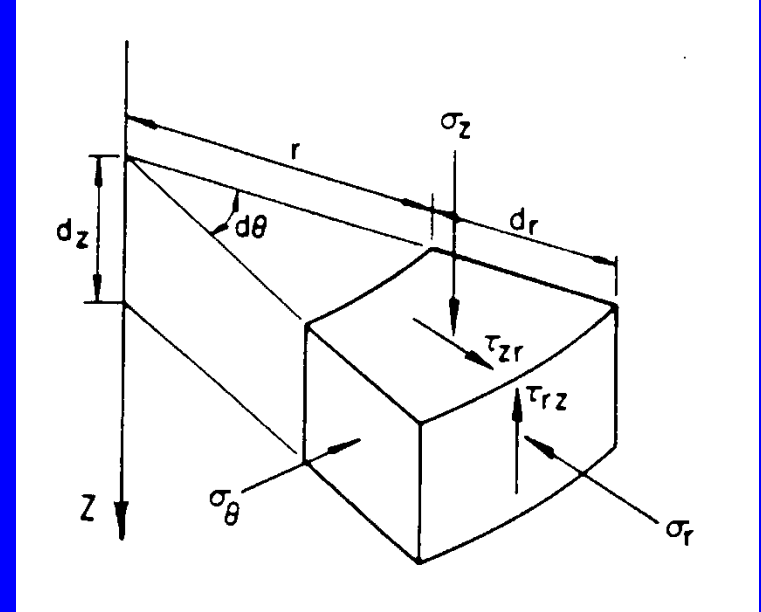
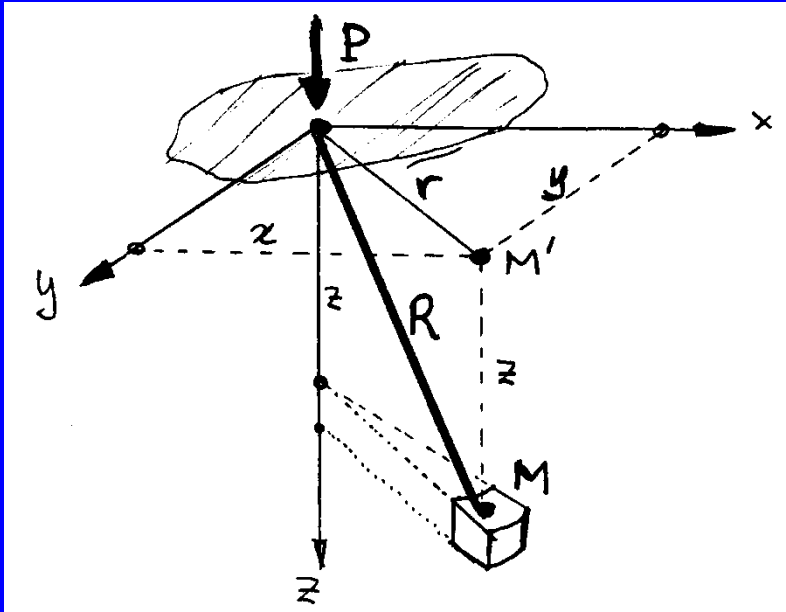
5. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε ορθογωνική επιφάνεια

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ:

1. Οι επόμενοι τύποι δίνουν τις πρόσθετες τάσεις λόγω της επιβολής του φορτίου (που προστίθενται στις γεωστατικές). Για στραγγισμένες συνθήκες, δίνουν τις πρόσθετες ενεργές τάσεις (με κανονικό E , ν). Για αστραγγιστες συνθήκες, δίνουν τις πρόσθετες ολικές τάσεις (με E_u , $\nu_u=0.50$).
2. Από τους επόμενους τύπους, με την αρχή της επαλληλίας, μπορούν να προκύψουν λύσεις σε χρήσιμα προβλήματα (π.χ. φόρτιση με δύο φορτία).

Αξονοσυμμετρικές φορτίσεις :

1. Κατακόρυφη δύναμη στην επιφάνεια οριζόντιου εδάφους



$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5}$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{rz^2}{R^5}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi R^2} \left[\frac{3r^2 z}{R^3} - \frac{(1-2\nu)R}{R+z} \right]$$

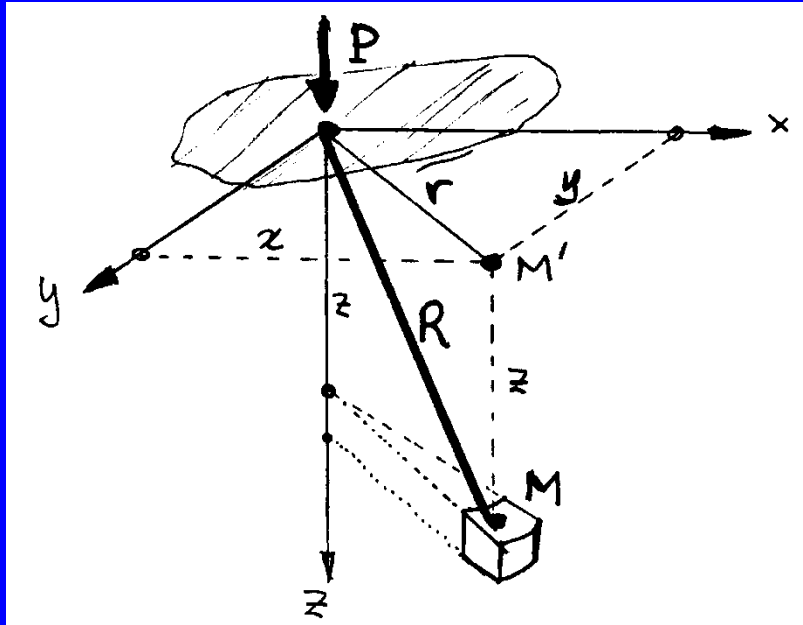
$$\sigma_\theta = -\frac{(1-2\nu)P}{2\pi R^2} \left[\frac{z}{R} - \frac{R}{R+z} \right]$$

Η κατακόρυφη τάση είναι ανεξάρτητη των ελαστικών σταθερών (E, ν).

Όμως, η σχέση ισχύει με την παραδοχή ομοιογενούς γραμμικώς ελαστικού και ισότροπου εδάφους

Αξονοσυμμετρικές φορτίσεις :

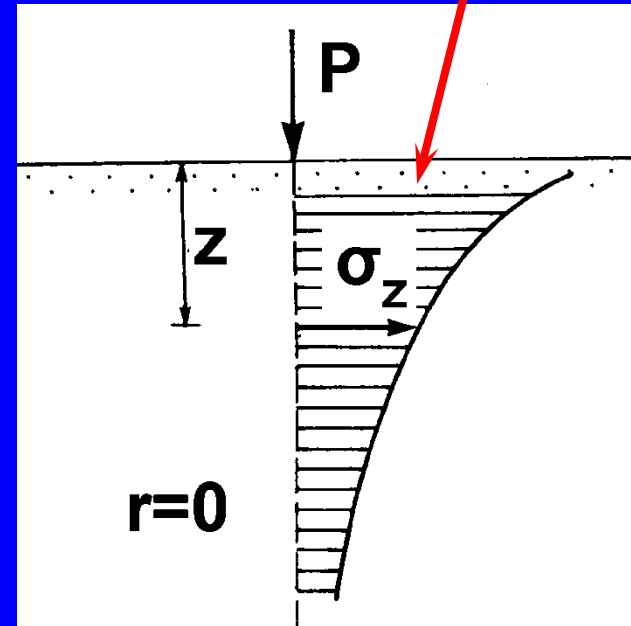
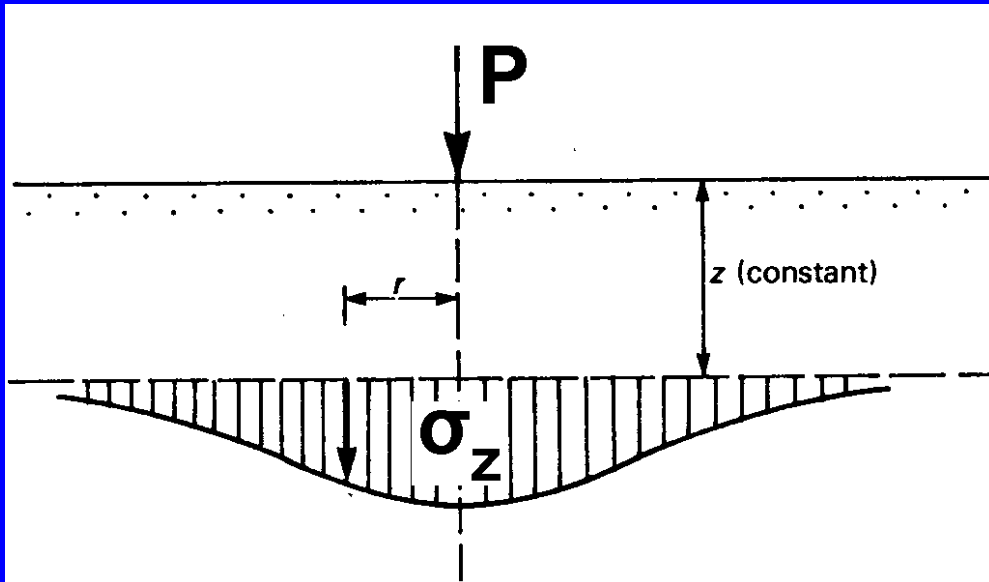
1. Κατακόρυφη δύναμη στην επιφάνεια οριζόντιου εδάφους



Κατανομές της κατακόρυφης τάσης

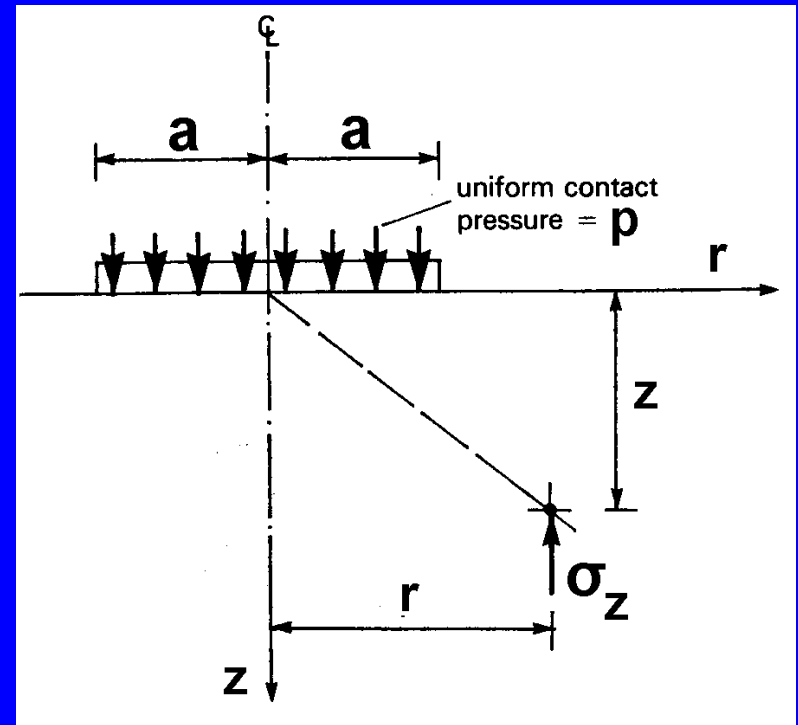
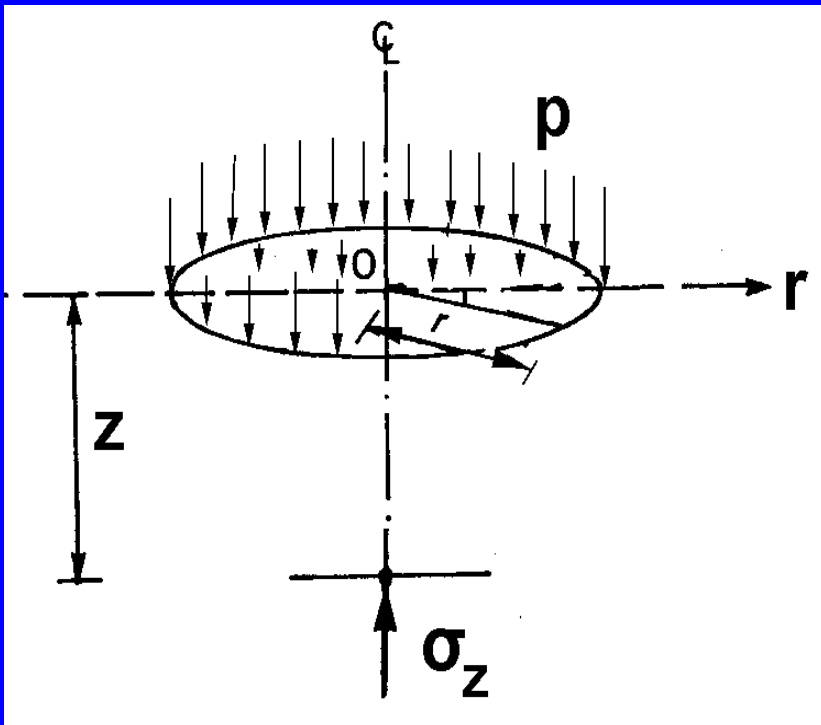
$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5}$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{1}{z^2}$$



Αξονοσυμμετρικές φορτίσεις :

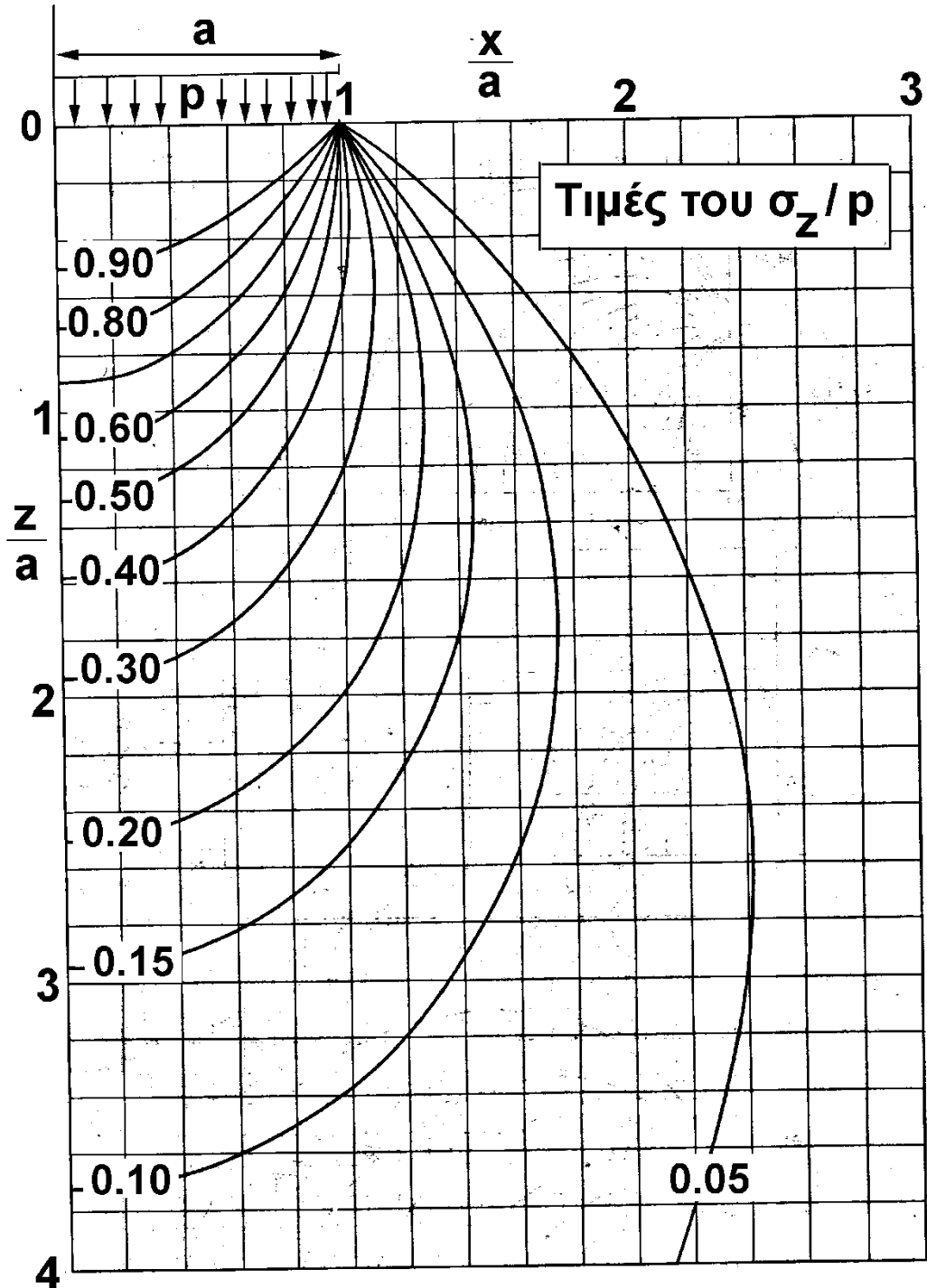
2. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε κυκλική επιφάνεια



Κάτω από τον άξονα (για $r=0$) :

$$\Delta\sigma_z = p \left[1 - \left\{ 1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right\}^{(-3/2)} \right]$$

$$\frac{\Delta\sigma_r}{p} = \frac{1}{2} \left[(1 + 2\nu) - \frac{2(1 + \nu)z}{(R^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z^3}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

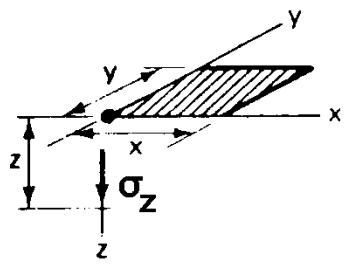


2. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε κυκλική επιφάνεια

Ταχεία μείωση της κατακόρυφης τάσης με το βάθος

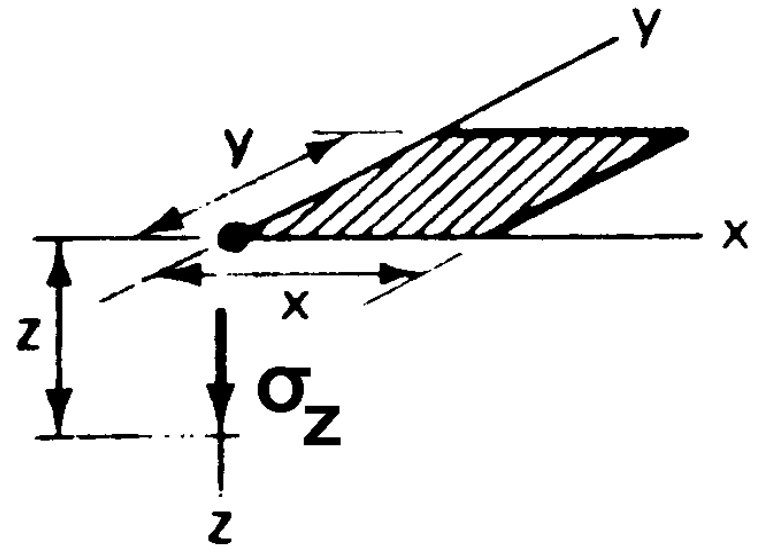
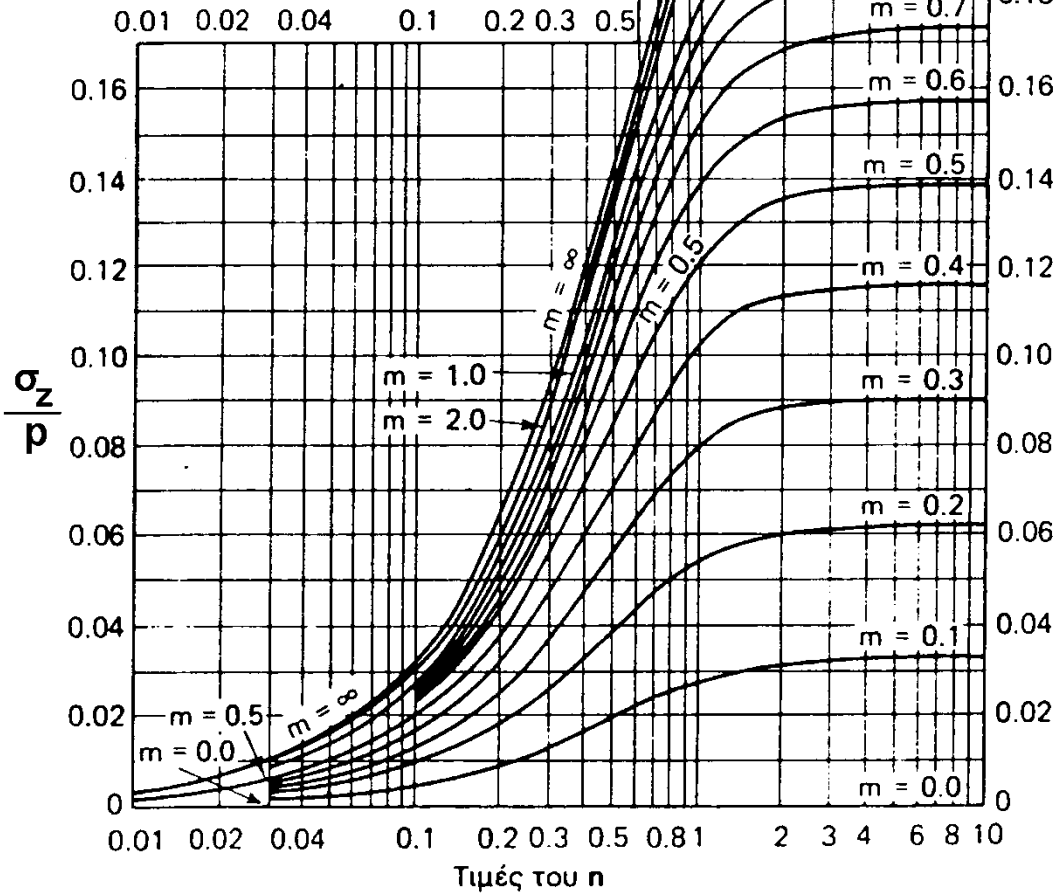
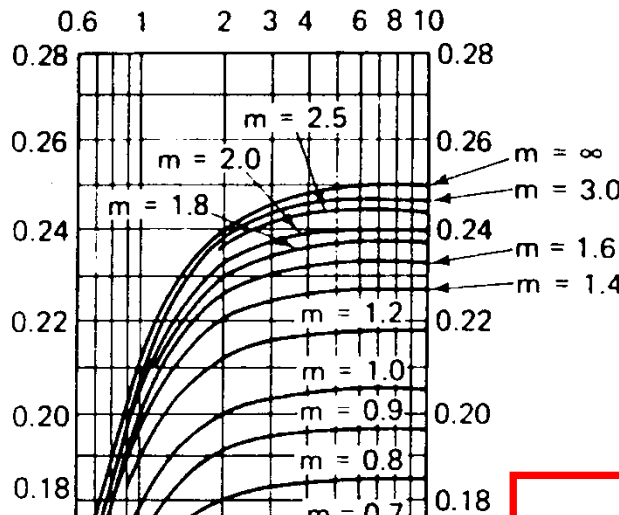
Κατακόρυφη
ομοιόμορφη πίεση σε
ορθογωνική επιφάνεια

Τιμές της κατακόρυφης
τάσης κάτω από τη
γωνία του ορθογωνίου



$$m = \frac{x}{z}; n = \frac{y}{z}$$

Τα m και n είναι εναλλάξιμα

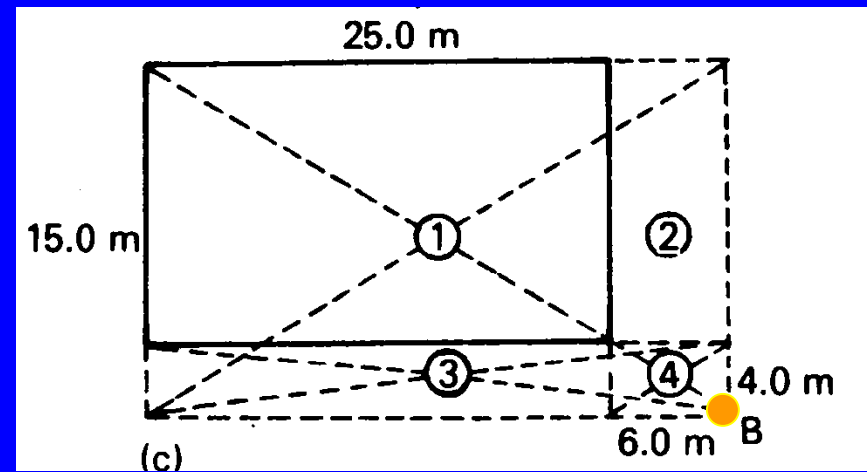
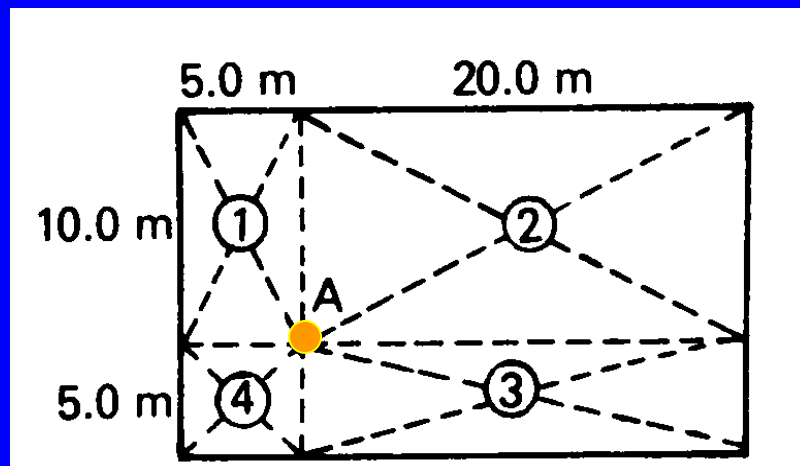
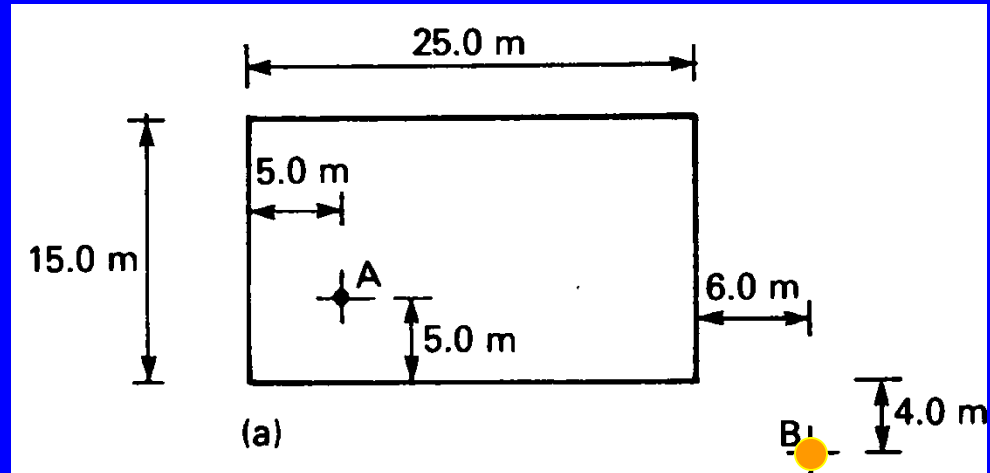
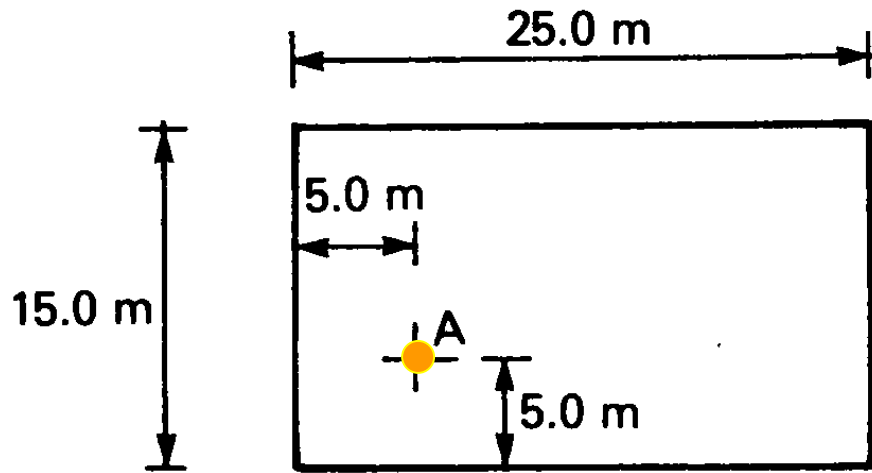


$$m = \frac{x}{z}; n = \frac{y}{z}$$

Τα m και n είναι εναλλάξιμα

Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε ορθογωνική επιφάνεια

Προσδιορισμός της κατακόρυφης τάσης κάτω από οποιοδήποτε σημείο ορθογωνίου με ανάλυση σε τέσσερα μικρότερα ορθογώνια

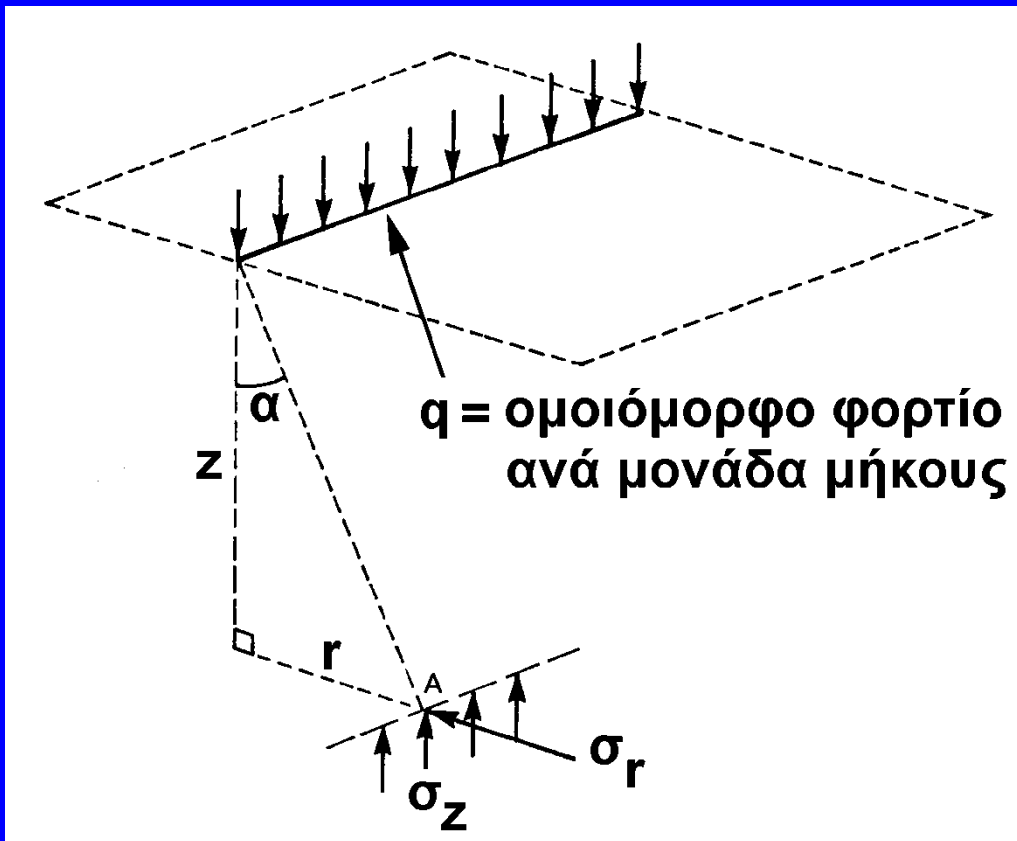


$$A = (1) + (2) + (3) + (4)$$

$$B = (1) - (2) - (3) + (4)$$

Δι-διάστατες φορτίσεις (επίπεδη παραμόρφωση) :

3. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε απειρομήκη γραμμή

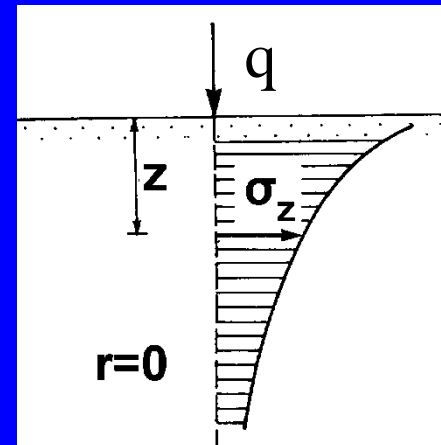


$$\sigma_r = \frac{2q}{\pi} \frac{r^2 z}{(r^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_x = \nu(\sigma_r + \sigma_z)$$

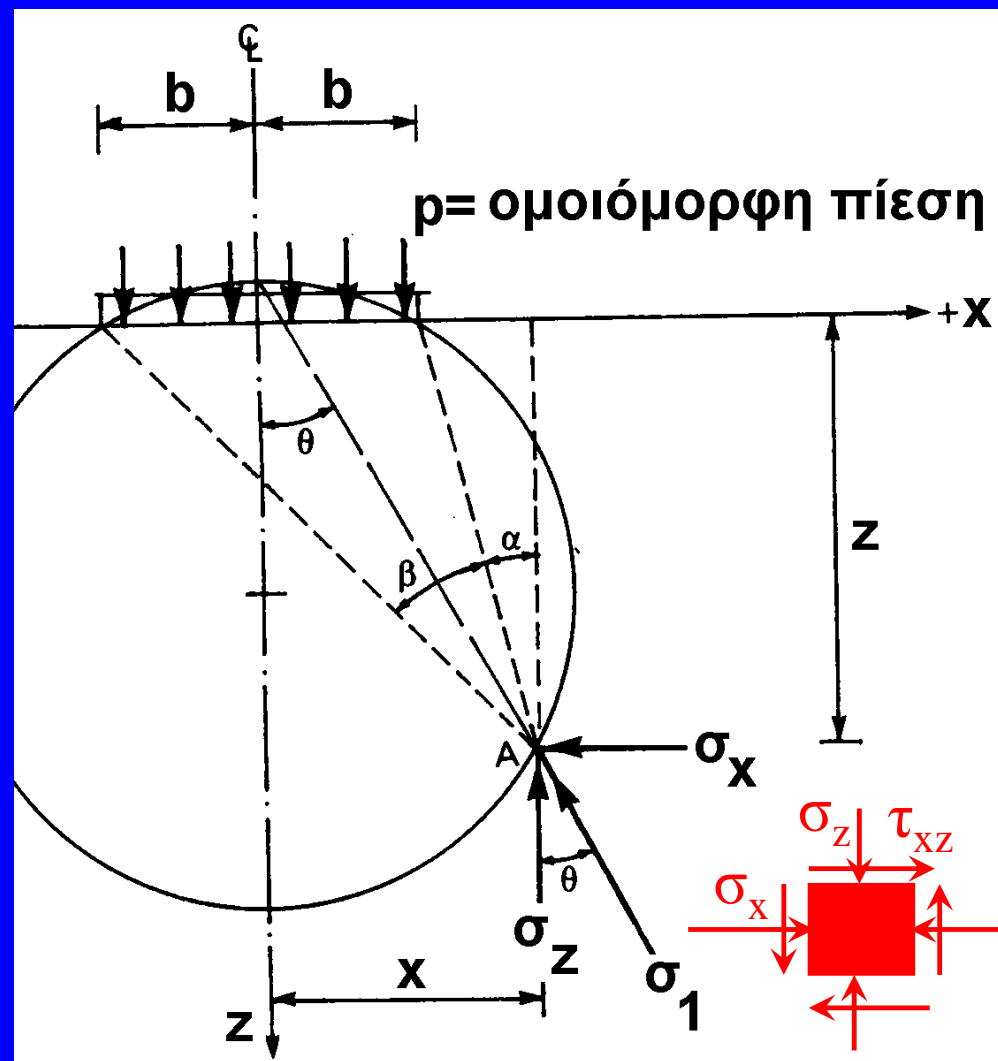
Κάτω από τον άξονα ($r=0$) :



$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{1}{z}$$

Δι-διάστατες φορτίσεις (επίπεδη παραμόρφωση) :

3. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε απειρομήκη λωρίδα



$$\tan \alpha = \frac{x - b}{z}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{x + b}{z}$$

$$\sigma_z = p \left[\frac{\beta}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sin \beta \cos(2\alpha + \beta) \right]$$

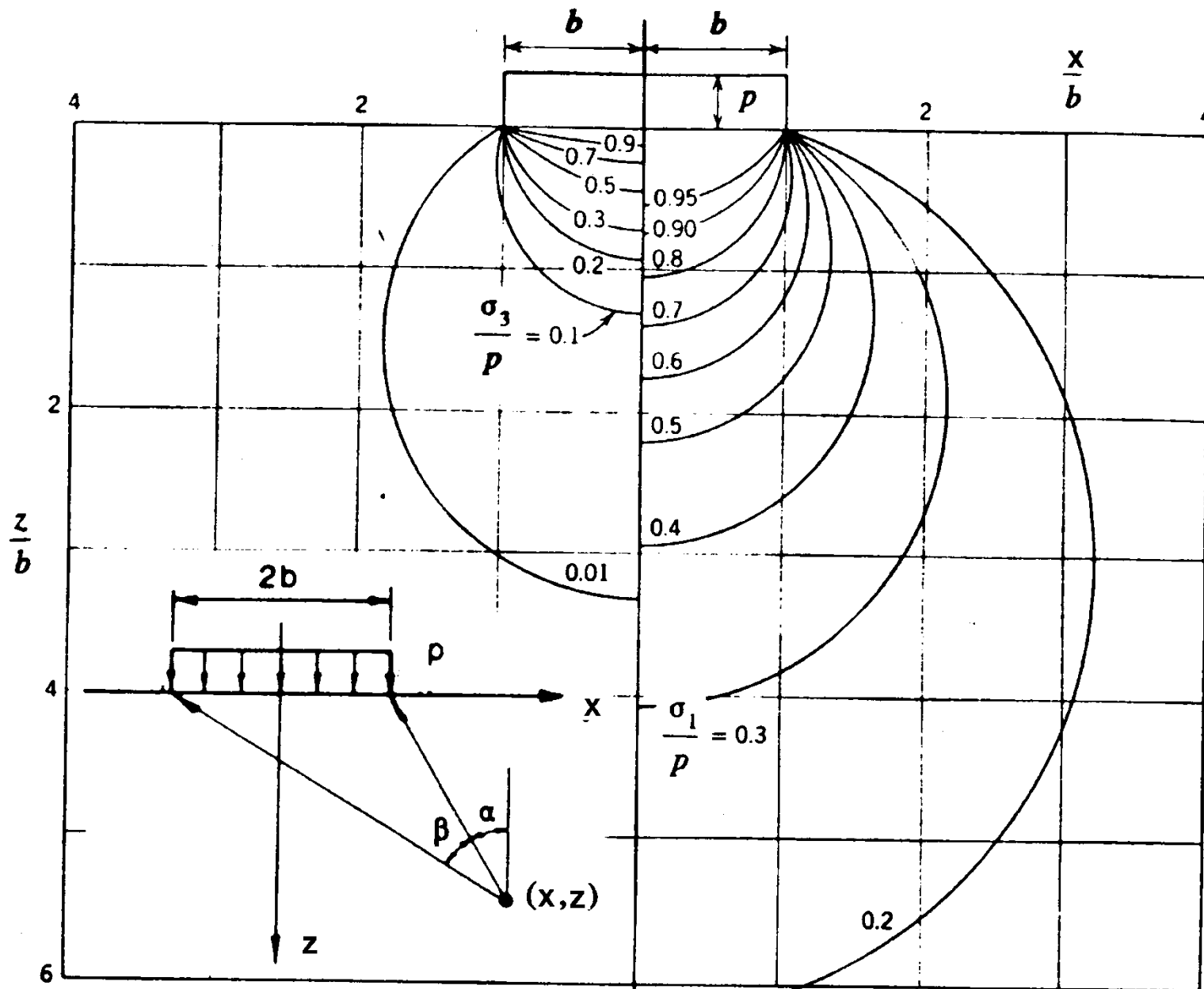
$$\sigma_x = p \left[\frac{\beta}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin \beta \cos(2\alpha + \beta) \right]$$

$$\tau_{xz} = \frac{p}{\pi} \sin \beta \sin(2\alpha + \beta)$$

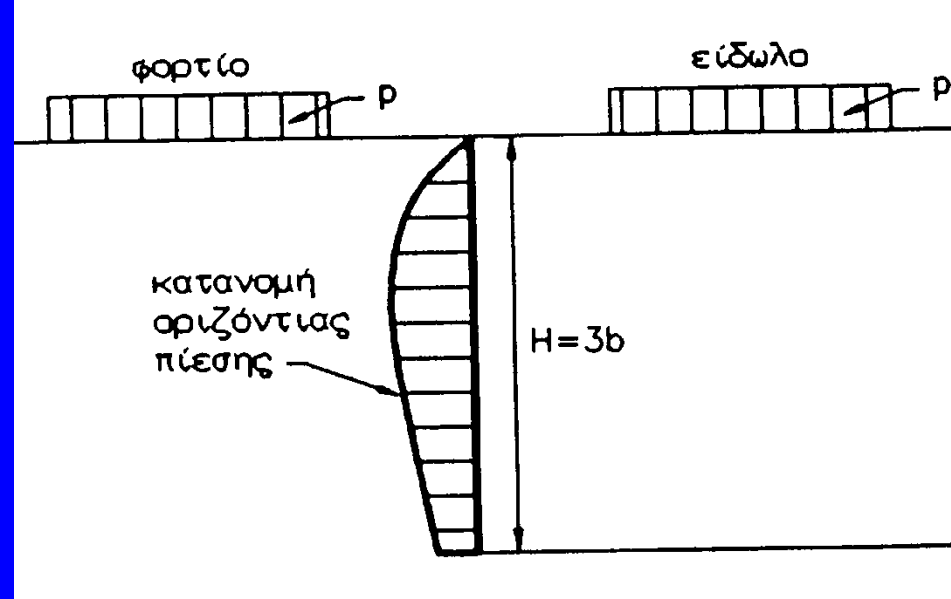
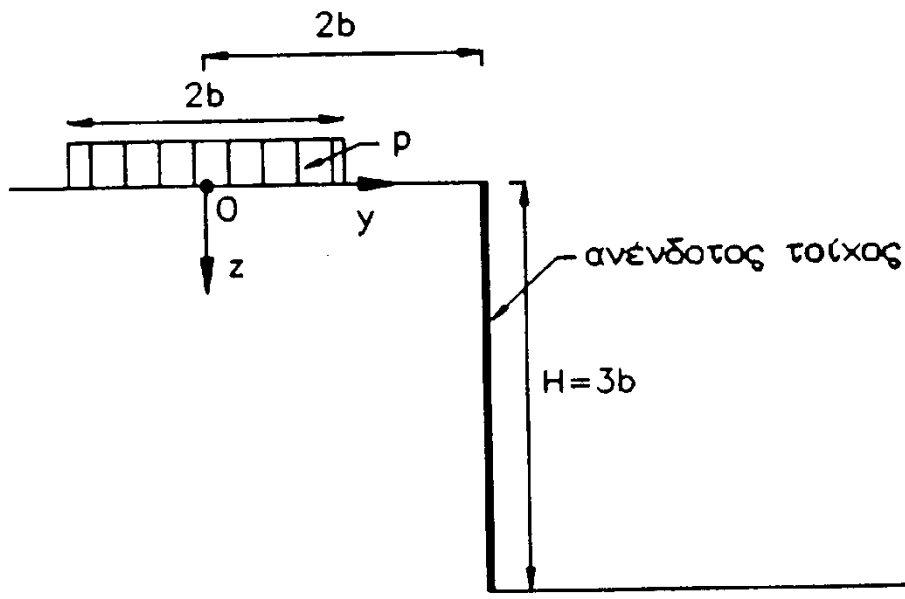
Το «β» πάντα θετικό.

Το «α» είναι θετικό όταν είναι ανθρωρολογιακό ως προς την κατακόρυφο.

3. Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση σε απειρομήκη λωρίδα Προσδιορισμός κυρίων τάσεων

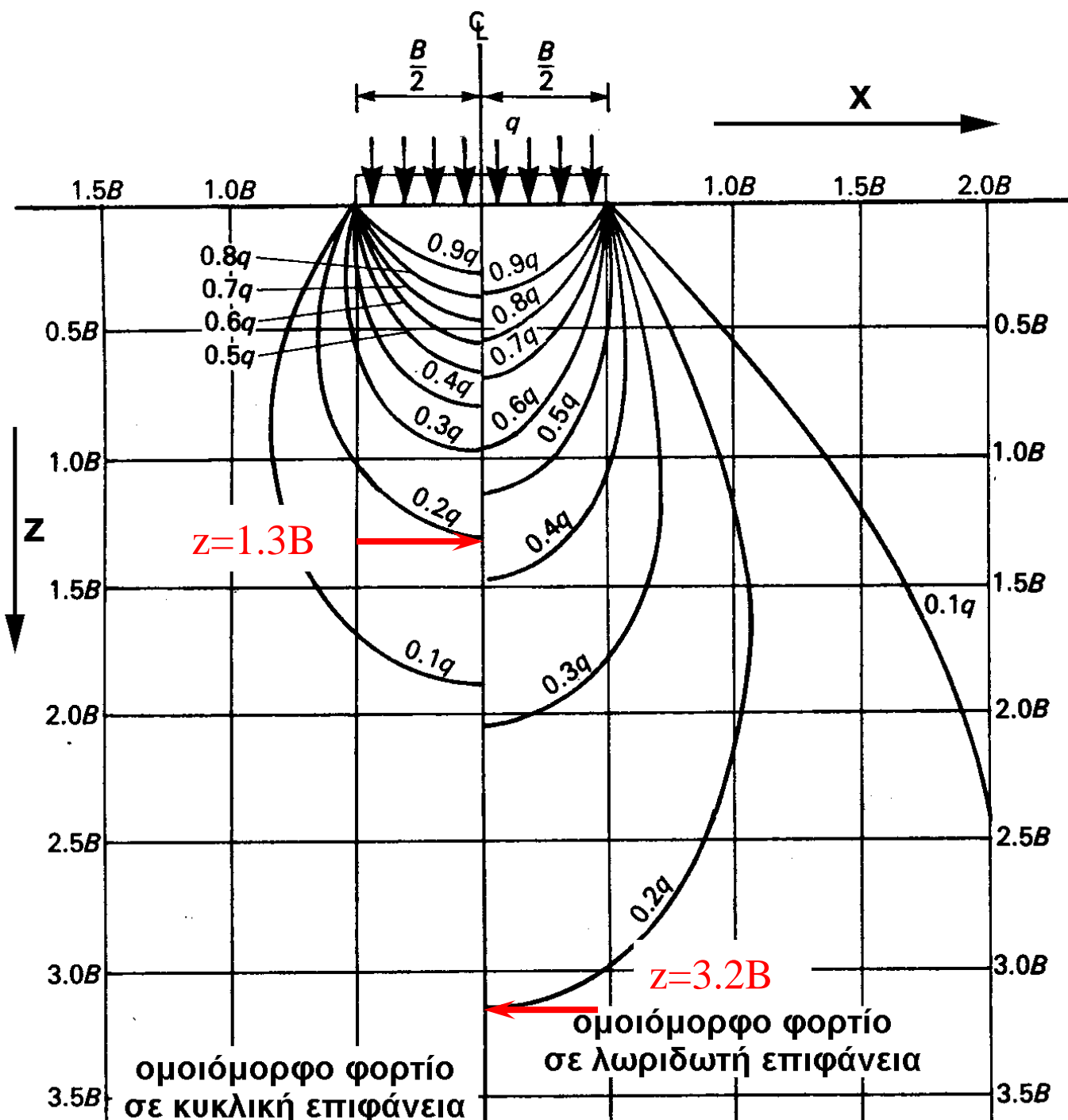


Εφαρμογή της κατακόρυφης ομοιόμορφης πίεσης σε απειρομήκη λωρίδα - προσδιορισμός της οριζόντιας πίεσης σε ανένδοτο τοίχο



Χρήση πλασματικής πίεσης (είδωλο) και εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας

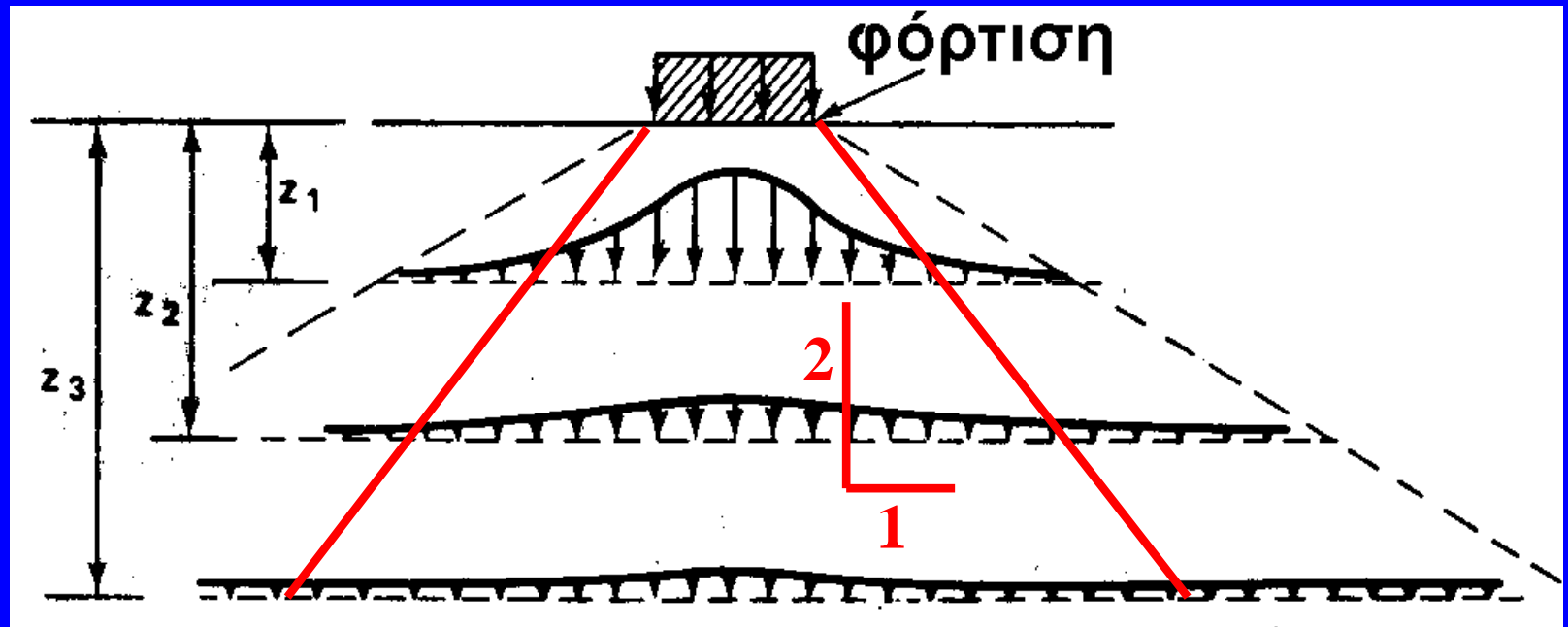
βάθος z / b	α (μοίρες)	β (μοίρες)	ώθηση σ_{xx} / p
0	90	0	0
0.50	63.4	17.1	0.34
1	45	26.6	0.42
1.50	33.7	29.7	0.37
2	26.6	29.7	0.29
2.50	21.8	28.4	0.22
3	18.4	26.6	0.17



Σύγκριση της απομείωσης της κατακόρυφης πίεσης με το βάθος (z) για ομοιόμορφο φορτίο σε κυκλική επιφάνεια και σε λωρίδα

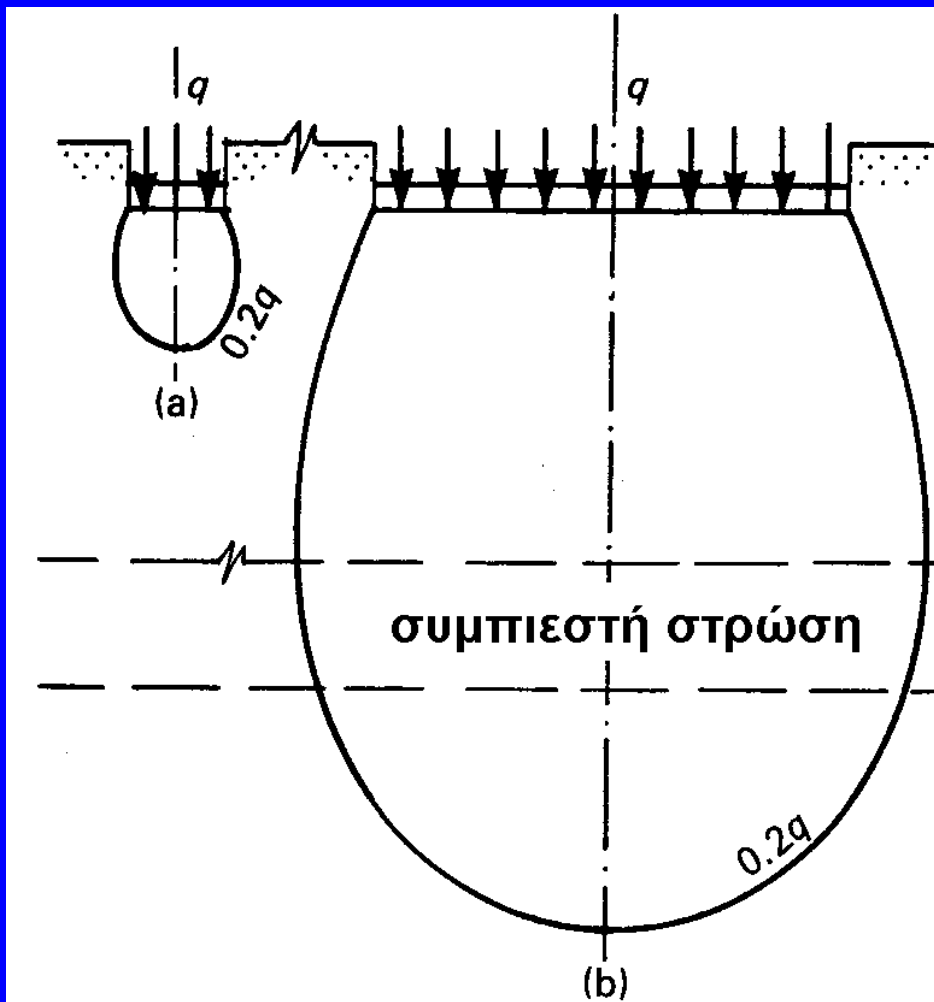
ομοιόμορφο φορτίο σε κυκλική επιφάνεια

ομοιόμορφο φορτίο σε λωριδωτή επιφάνεια

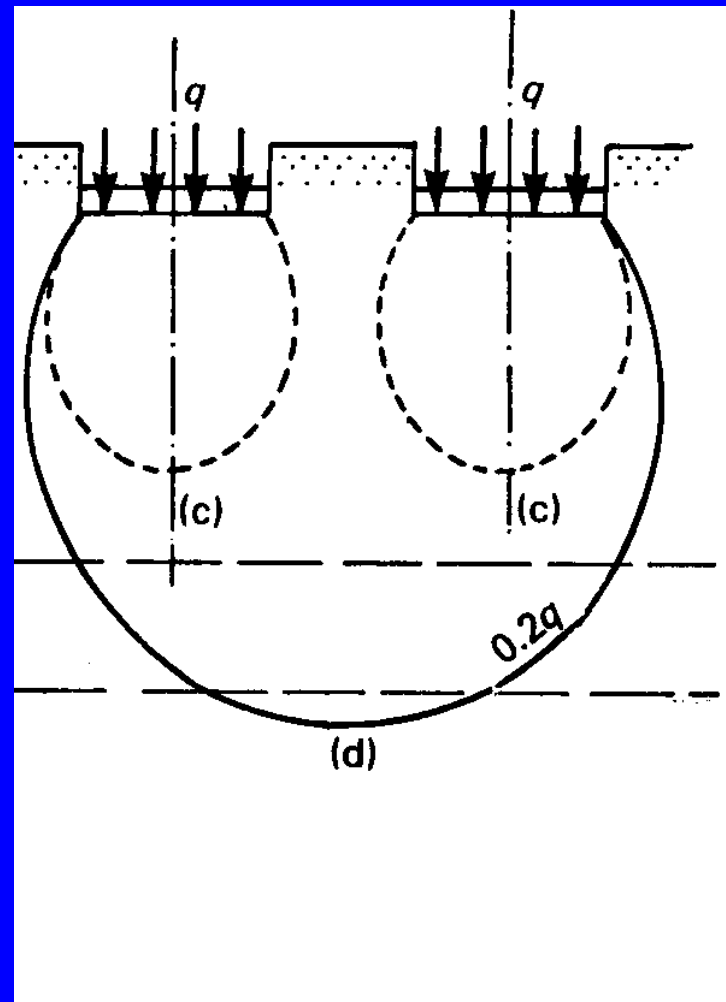


Σχηματική παρουσίαση της απομείωσης της κατακόρυφης τάσης λόγω εξωτερικής φόρτισης με το βάθος (z) και κατά το πλάτος

Επιρροή του εύρους της φορτιζόμενης επιφάνειας στο μέγεθος της καθίζησης στην περίπτωση ανομοιογενούς εδάφους

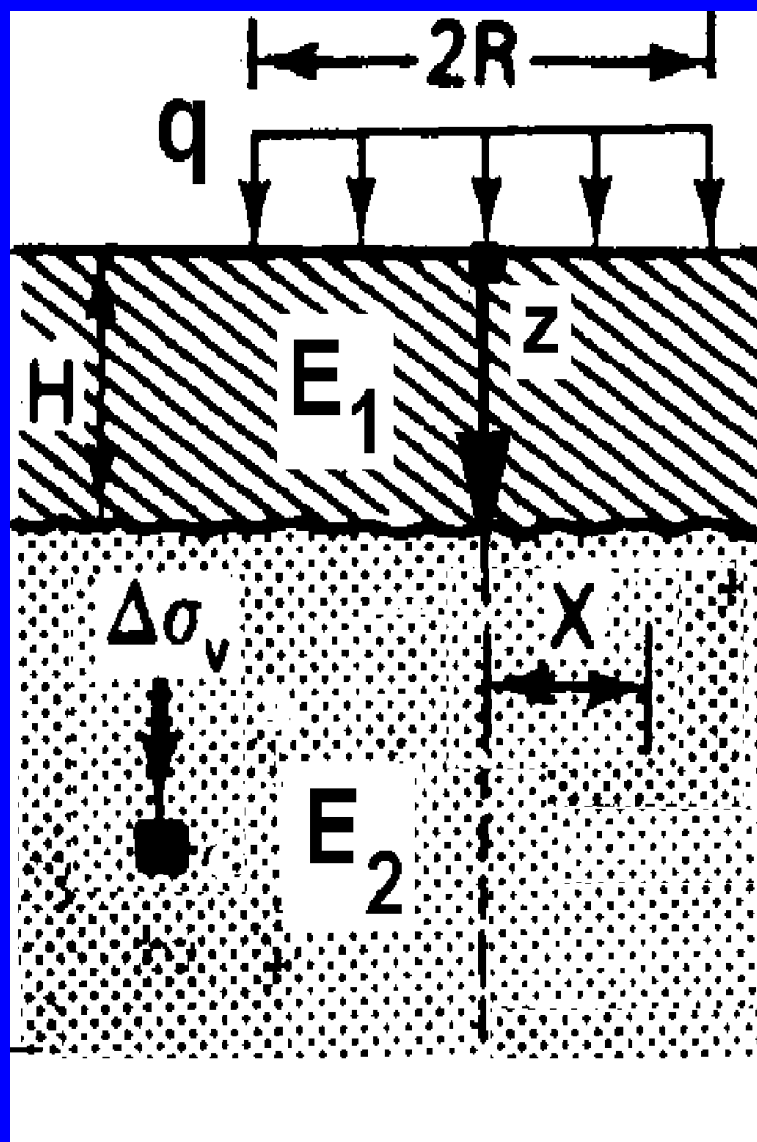
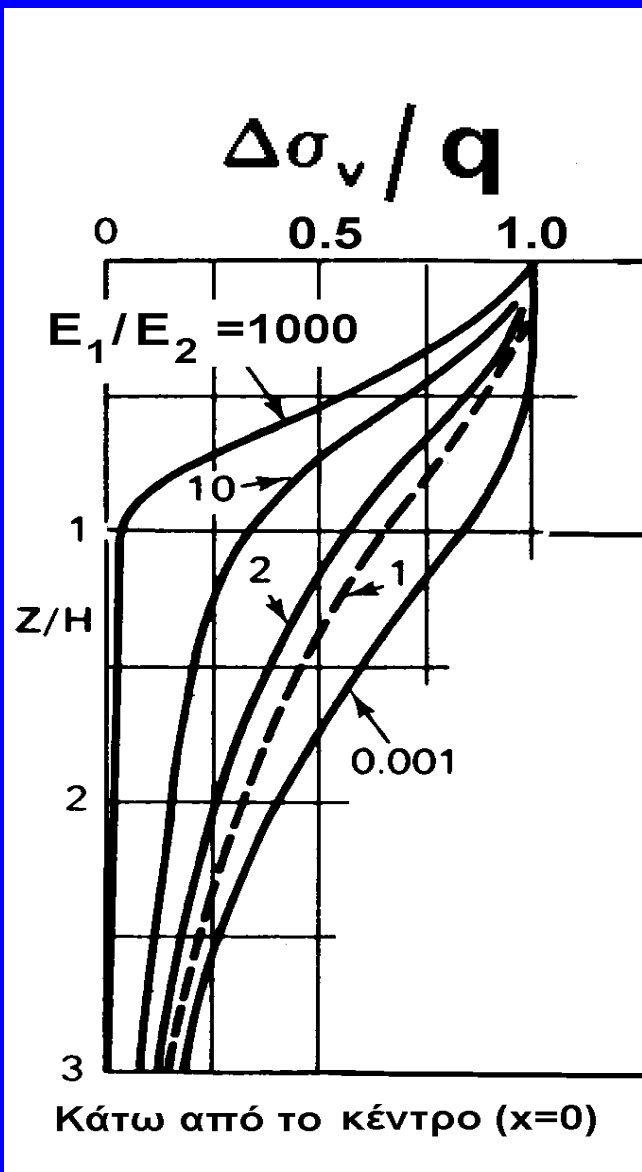


Τετραπλασιασμός του εύρους προκαλεί περισσότερο από τετραπλασιασμό της καθίζησης



Επαλληλία των δύο φορτίων προκαλεί περισσότερο από διπλασιασμό της καθίζησης

Επιρροή της παρουσίας μιας σκληρής επιφανειακής στρώσης στην απομείωση των τάσεων στην υποκείμενη μαλακή στρώση



φορτίο
λωρίδα

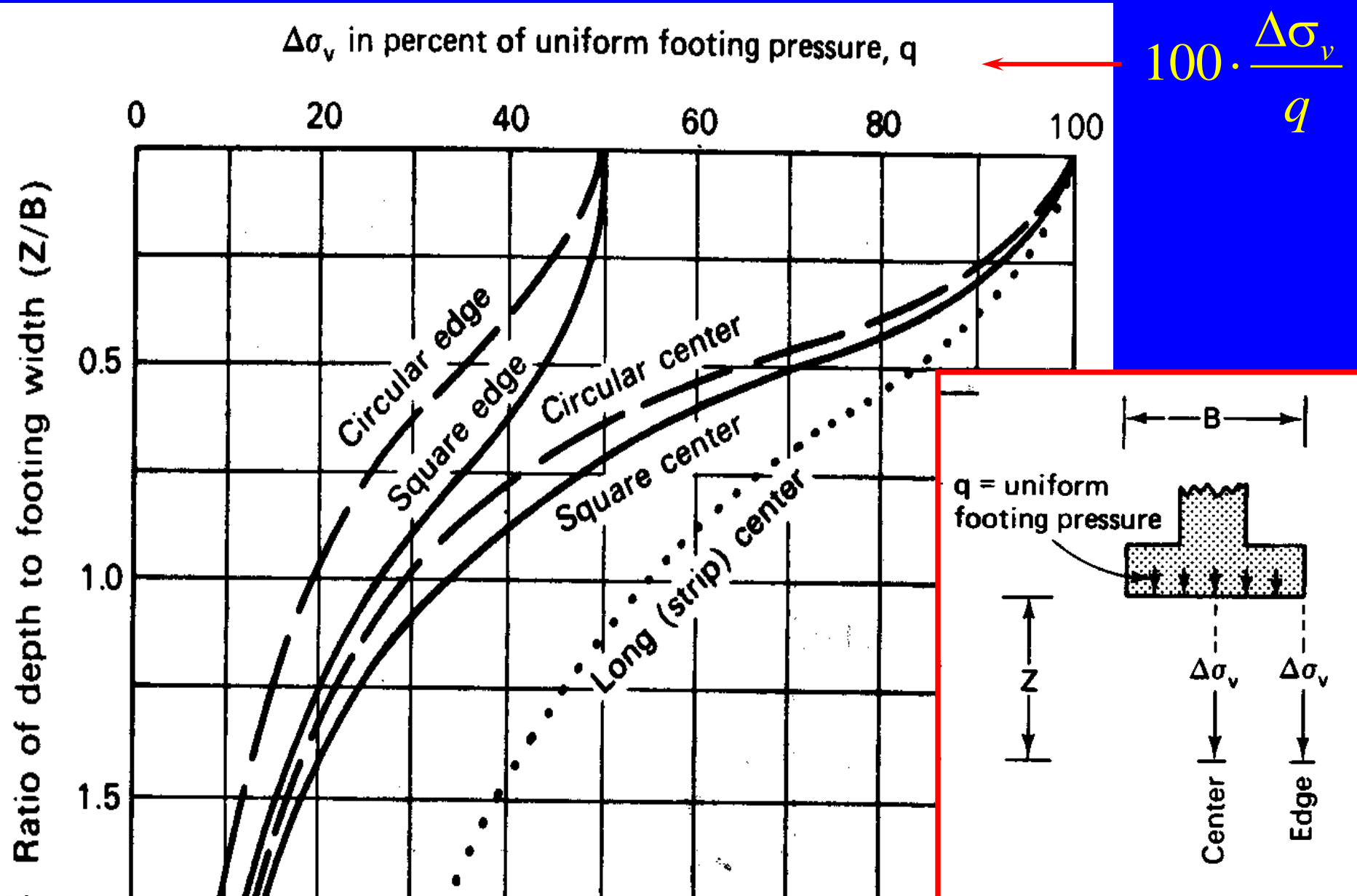
σκληρή
στρώση

Επιρροή της παρουσίας μιας σκληρής επιφανειακής στρώσης στην απομείωση των τάσεων στην υποκείμενη μαλακή στρώση



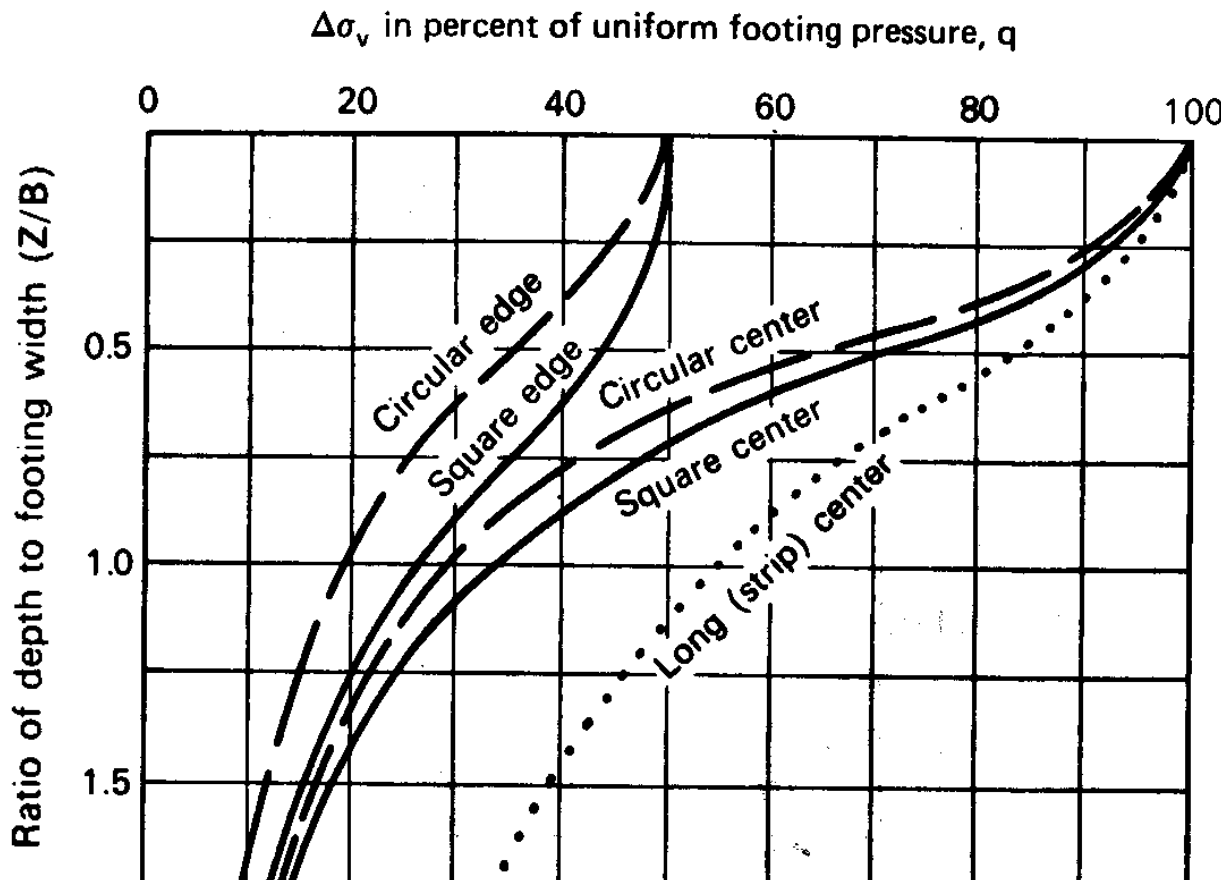
Μείωση της βύθισης των τροχών λόγω της απομείωσης των τάσεων στην άμμο κάτω από τις μεταλλικές πλάκες

Επιρροή του σχήματος της φορτιζόμενης επιφάνειας στο μέγεθος της απομείωσης της κατακόρυφης τάσης με το βάθος



Αρχή του Saint Venant

Σε αρκετή απόσταση από το σημείο εφαρμογής του φορτίου, η κατανομή των τάσεων στο έδαφος λόγω εξωτερικού φορτίου, δεν εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της φόρτισης (σχήμα, εύρος κλπ) παρά μόνον από το μέγεθος της συνισταμένης της



Με εφαρμογή της ανωτέρω αρχής, μπορούν να υπολογισθούν οι τάσεις λόγω μιας φόρτισης οποιουδήποτε σχήματος, αντικαθιστώντας την με ένα συγκεντρωμένο φορτίο που έχει την ίδια συνισταμένη