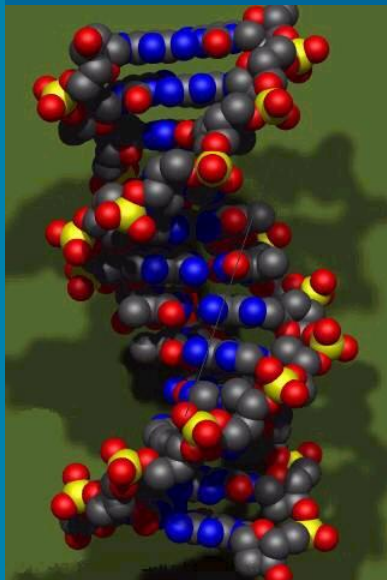




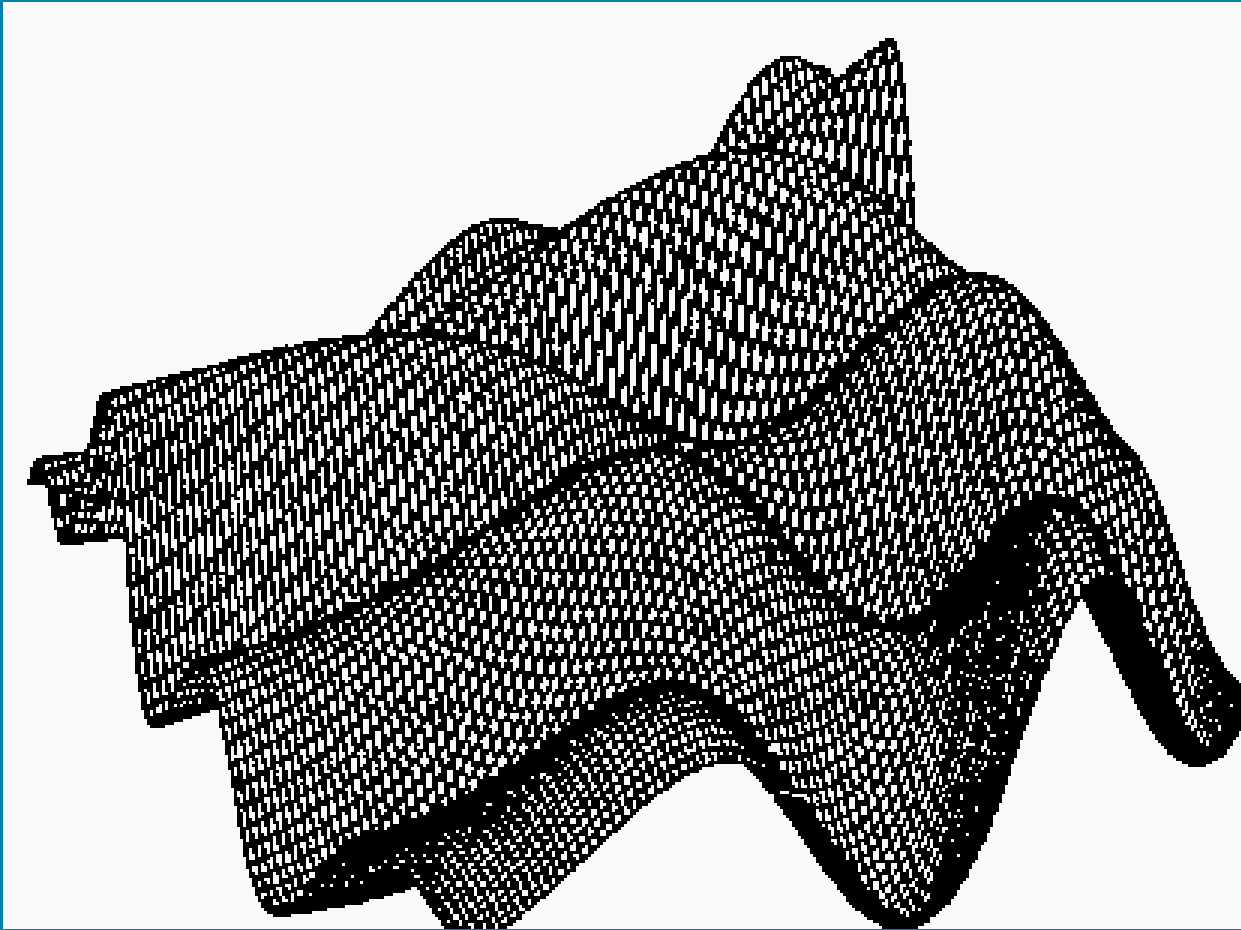
# Εξελικτικός υπολογισμός

## Γενετικοί αλγόριθμοι



# Βελτιστοποίηση χωρίς παραγώγους

## Η Πληθυσμιακή προσέγγιση



Το  
ΤΟΠΙΟ  
ΤΩΝ  
ΛΥΣΕΩΝ

# Θεωρία της εξέλιξης

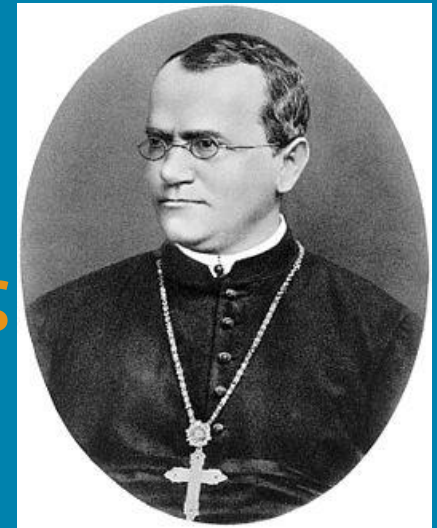
**Jean-Baptiste Lamarck (1744 – 1829)**

Κληρονόμηση επίκτητων  
χαρακτηριστικών (Λαμαρκισμός)



**Gregor Johann Mendel (1822 – 1884)**

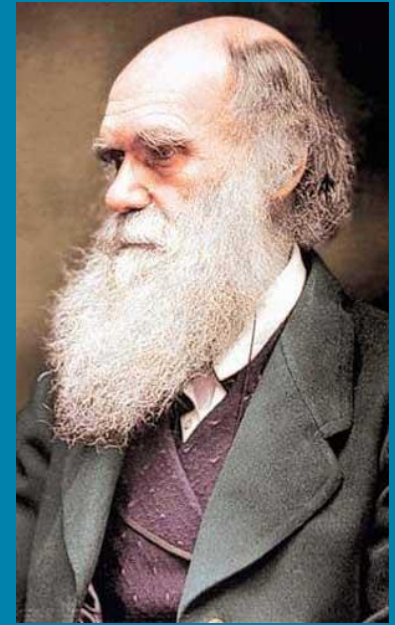
Νόμοι της Μεντελιανής Κληρονομικότητας  
Πατέρας της γενετικής (μετά θάνατον)



«Τι θα είχε συμβεί αν ο Darwin γνώριζε τον Mendel;»

# Θεωρία της εξέλιξης

Charles Robert Darwin  
(1809 – 1882)



## Εξέλιξη

Διαδικασία που οδηγεί στην αύξηση  
της ικανότητας ενός πληθυσμού  
να επιβιώνει και να αναπαράγεται  
σε ένα δεδομένο περιβάλλον

Εξελικτική προσαρμογή

Φυσική επιλογή

ON  
THE ORIGIN OF SPECIES  
BY MEANS OF NATURAL SELECTION.  
OR THE  
PRESERVATION OF FAVOURED RACES IN THE STRUGGLE  
FOR LIFE.

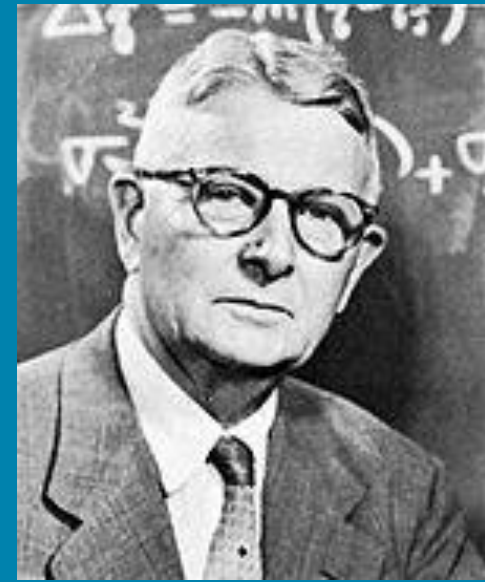
By CHARLES DARWIN, M.A.,  
FELLOW OF THE ROYAL, GEOLOGICAL, LITERARY, ETC., SOCIETIES;  
AUTHOR OF "JOURNAL OF RESEARCHES DURING N. H. S. BEAGLE'S VOYAGE  
ROUND THE WORLD."

LONDON:  
JOHN MURRAY, ALBEMARLE STREET.  
1859.

The right of Translation is reserved.

# Θεωρία της εξέλιξης

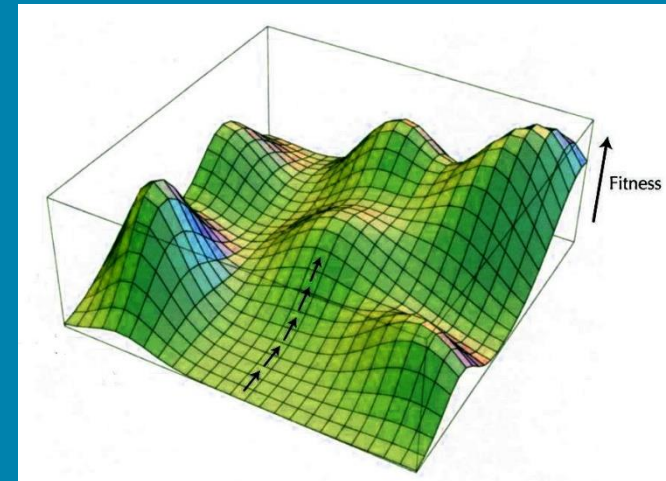
Sewall Green Wright  
(1889 – 1988)



Πληθυσμιακή γενετική

Τοπίο προσαρμογής

Οι κορυφές αντιστοιχούν  
στη βέλτιστη προσαρμογή  
των ειδών



Wright, S. "The roles of mutation, inbreeding, crossbreeding and selection in evolution". Proc. 6th Int. Cong. Genet. 1932.

# Εξελικτικός υπολογισμός

# Evolutionary computation

## Γενετικοί αλγόριθμοι (genetic algorithms)

J. Holland (1975), D.E. Goldberg (1989),  
Z. Michalewicz (1996)

## Στρατηγικές εξέλιξης (evolution strategies)

I. Rechenberg (1965), H.-P. Schwefel (1981)

## Γενετικός προγραμματισμός (genetic programming)

J.R. Koza (1992)

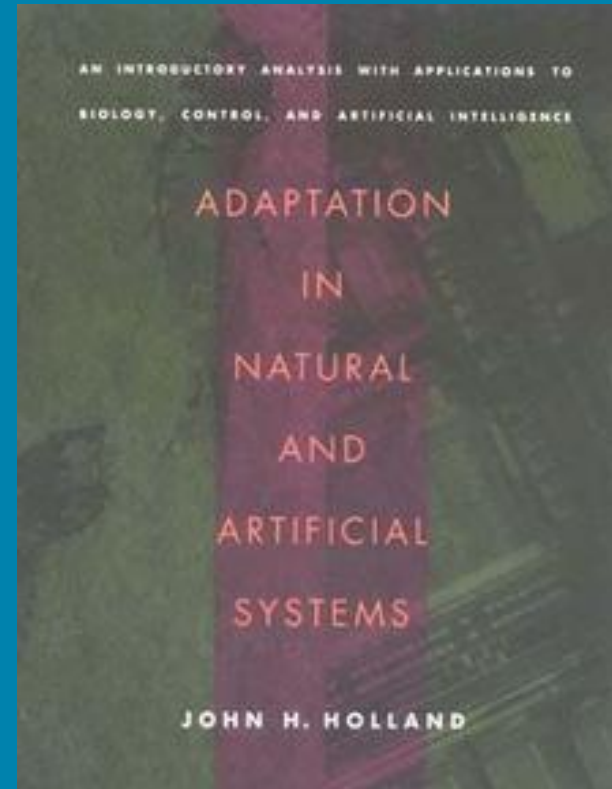
# Γενετικοί αλγόριθμοι

**John Henry Holland**

**(1929-2015)**

Professor of psychology

Professor of electrical engineering  
and computer science

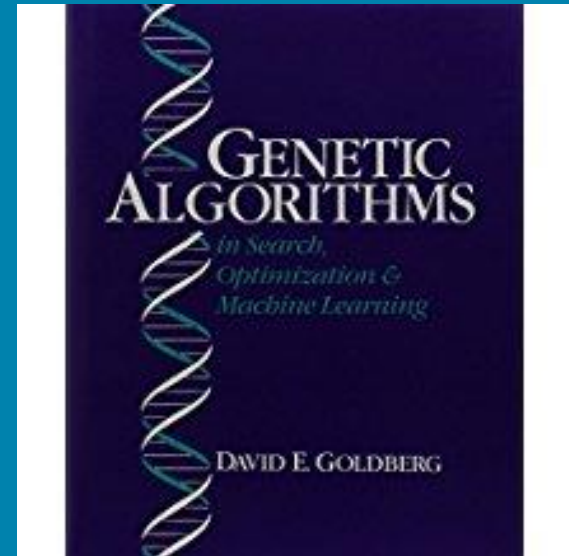




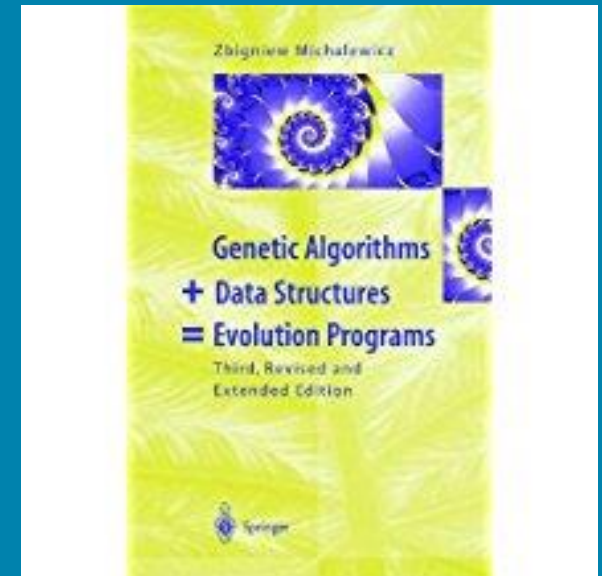
# Γενετικοί αλγόριθμοι



David E. Goldberg

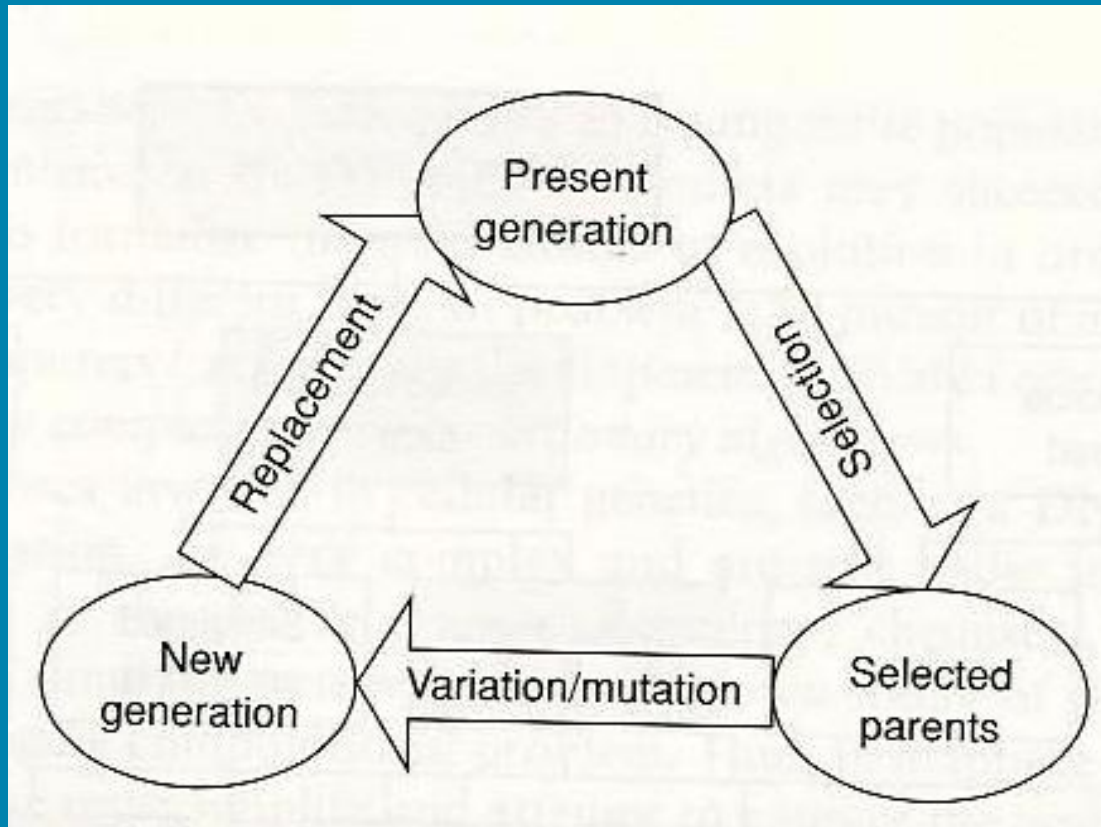


Zbigniew  
Michalewicz





# Προσομοίωση της διαδικασίας εξέλιξης



Πληθυσμιακή  
βελτιστοποίηση

Ο βασικός εξελικτικός κύκλος

# Γενετικοί αλγόριθμοι

## Ορολογία

- Πληθυσμός
- Χρωμόσωμα
- Κωδικοποίηση
- Συνάρτηση προσαρμογής (Fitness function)
- Επιλογή (Selection)
- Ελιτισμός (Elitism)
- Κλωνοποίηση (Cloning)
- Διασταύρωση (Crossover)
- Μετάλλαξη (Mutation)

## Συμβολισμός

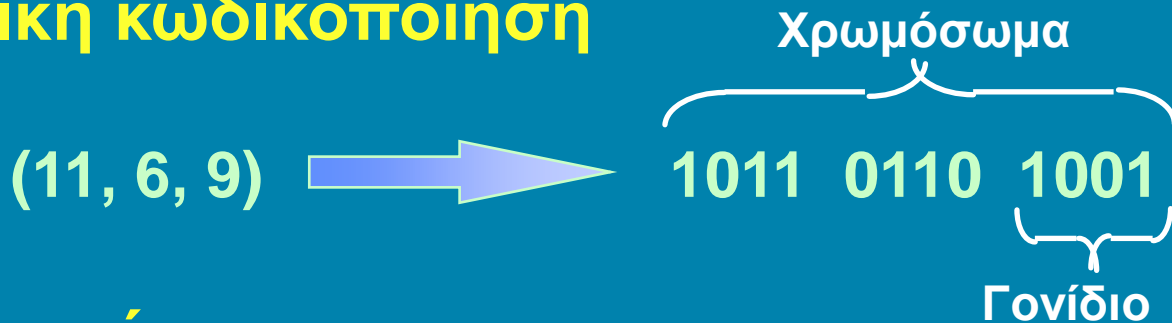
$P(t)$ : Πληθυσμός

$N$ : Μέγεθος πληθυσμού

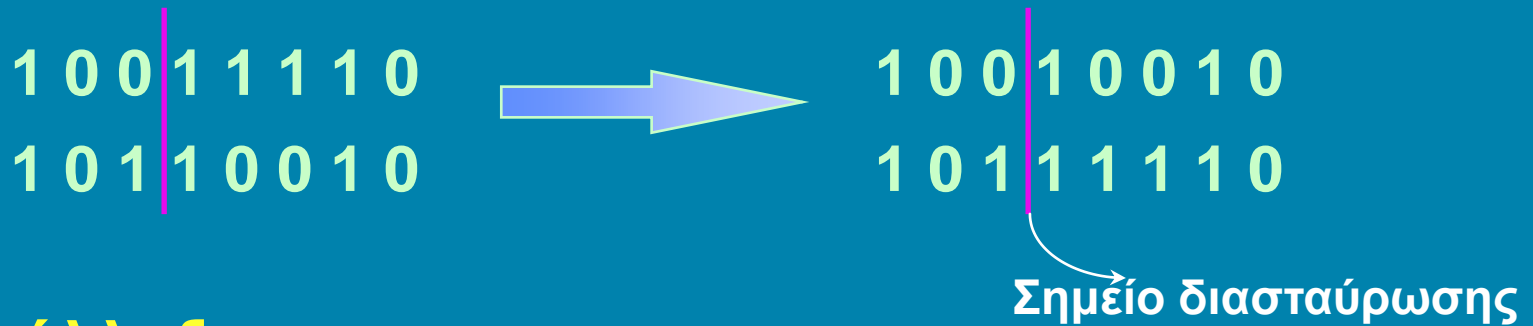
$L$ : Μήκος χρωμοσωμάτων

# Γενετικοί αλγόριθμοι

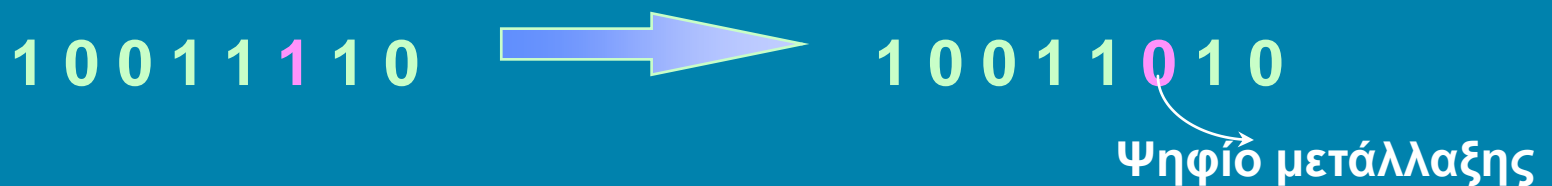
## Δυαδική κωδικοποίηση



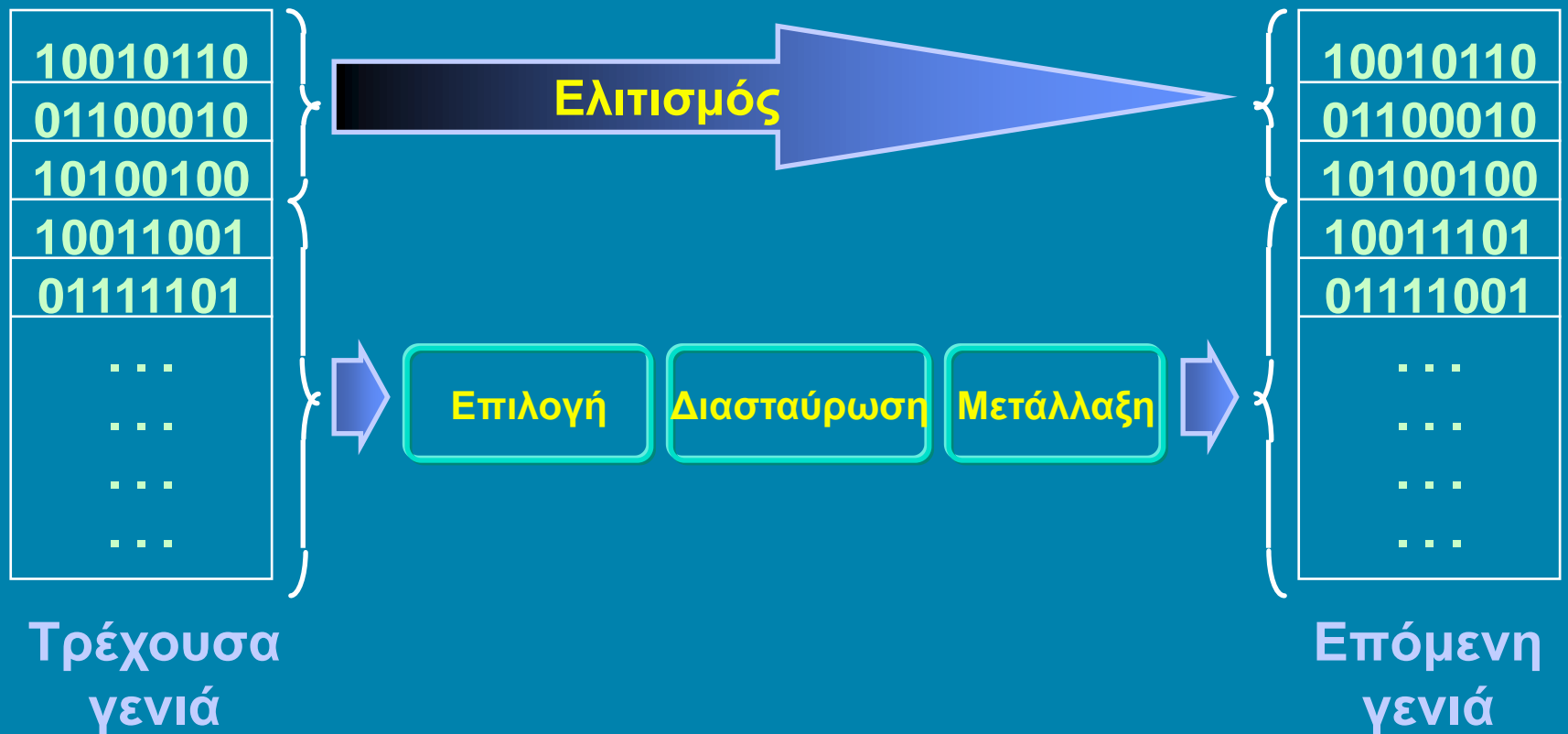
## Διασταύρωση



## Μετάλλαξη

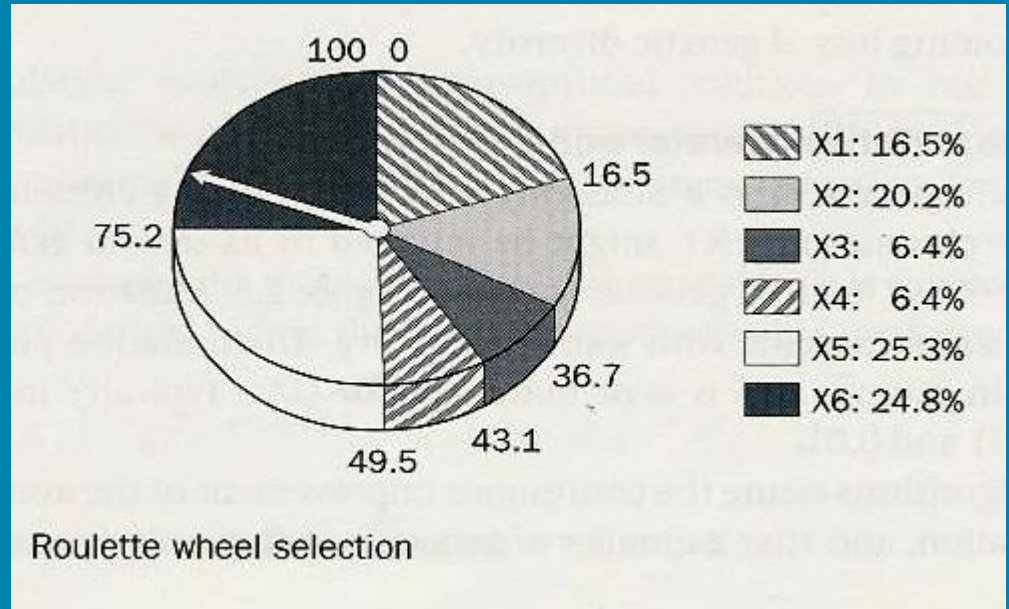


# Γενετικοί αλγόριθμοι

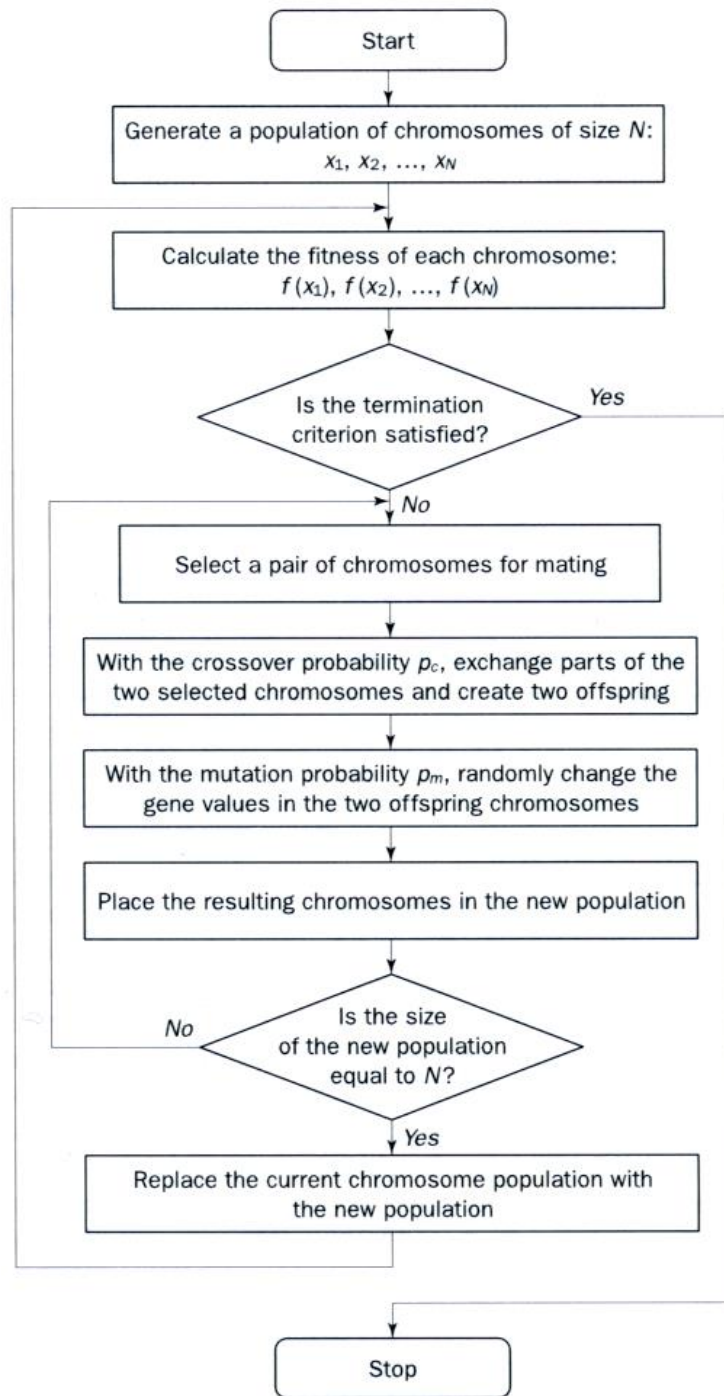


# Επιλογή: Μηχανισμός ρουλέτας

$$\Pr(x_i) = \frac{f(x_i)}{\sum_j f(x_j)}$$

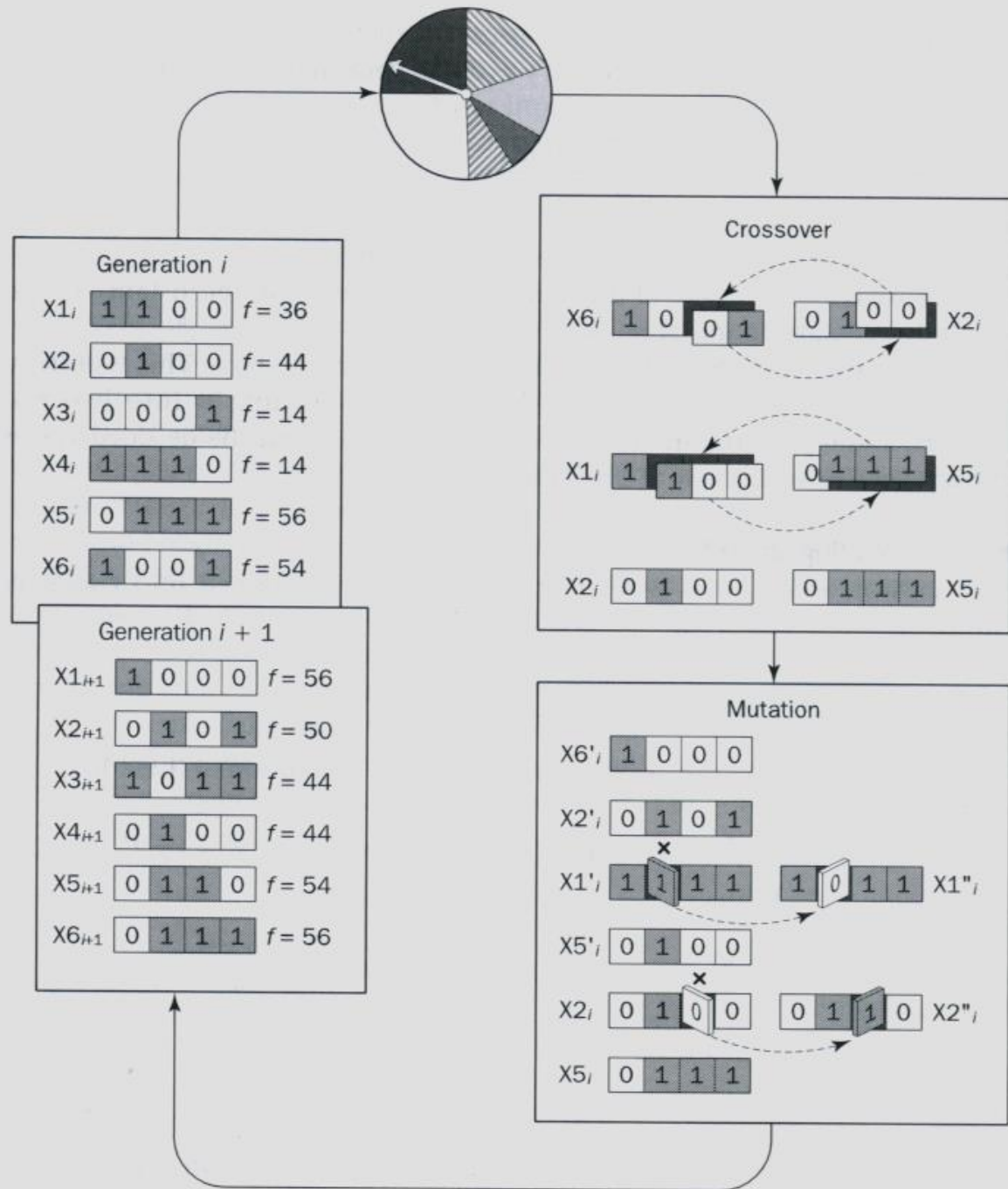


# Βασικός Γενετικός Αλγόριθμος





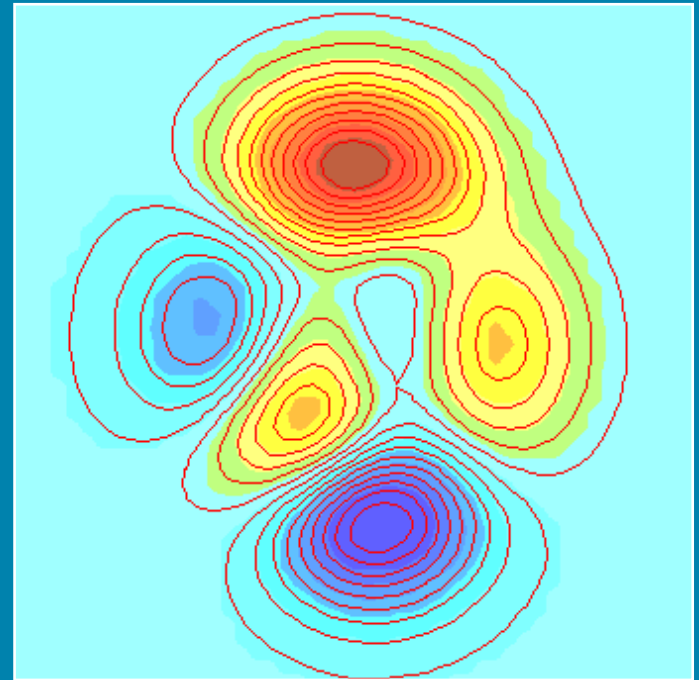
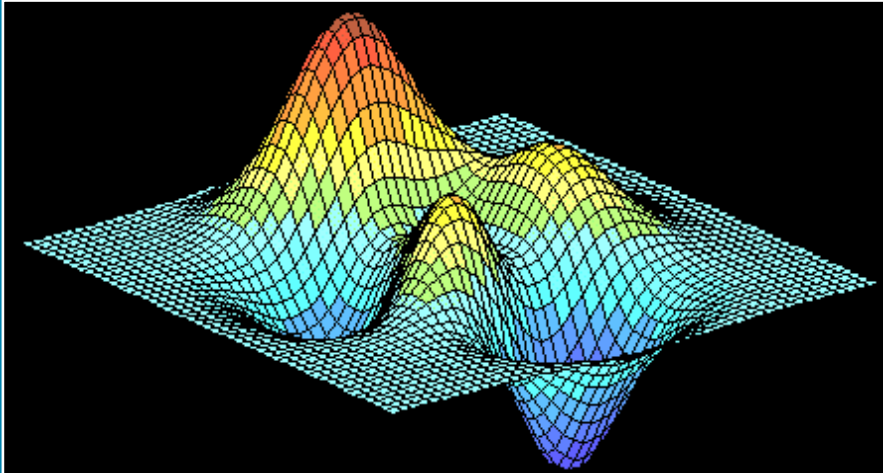
# Γενετικός κύκλος



# Γενετικοί αλγόριθμοι

Παράδειγμα: Εύρεση του μεγίστου της συνάρτησης “peaks”

$$z = f(x, y) = 3*(1-x)^2*\exp(-(x^2) - (y+1)^2) - 10*(x/5 - x^3 - y^5)*\exp(-x^2-y^2) - 1/3*\exp(-(x+1)^2 - y^2).$$

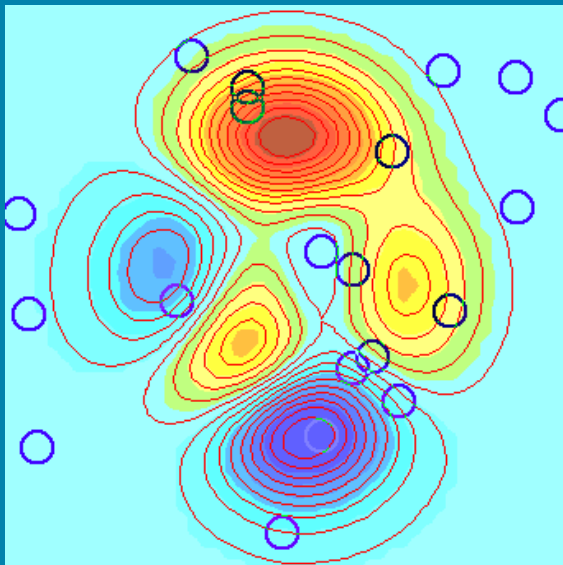


# Γενετικοί αλγόριθμοι

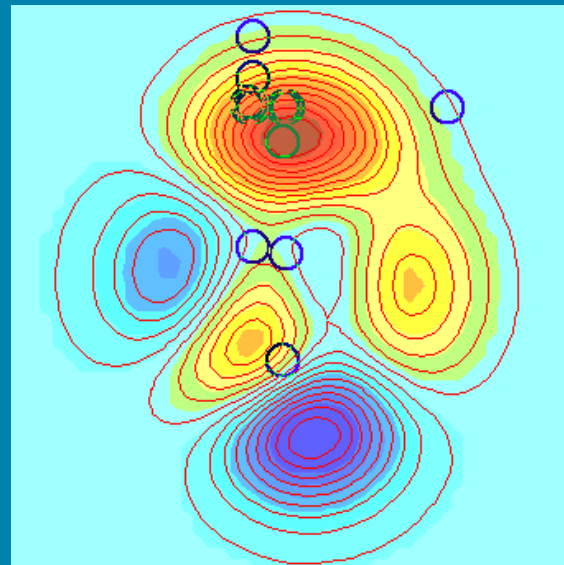
## Παράγωγοι της συνάρτησης “peaks”

- $dz/dx = -6*(1-x)*\exp(-x^2-(y+1)^2) - 6*(1-x)^2*x*\exp(-x^2-(y+1)^2) - 10*(1/5-3*x^2)*\exp(-x^2-y^2) + 20*(1/5*x-x^3-y^5)*x*\exp(-x^2-y^2) - 1/3*(-2*x-2)*\exp(-(x+1)^2-y^2)$
- $dz/dy = 3*(1-x)^2*(-2*y-2)*\exp(-x^2-(y+1)^2) + 50*y^4*\exp(-x^2-y^2) + 20*(1/5*x-x^3-y^5)*y*\exp(-x^2-y^2) + 2/3*y*\exp(-(x+1)^2-y^2)$
- $d^2z/dx^2 = 36*x*\exp(-x^2-(y+1)^2) - 18*x^2*\exp(-x^2-(y+1)^2) - 24*x^3*\exp(-x^2-(y+1)^2) + 12*x^4*\exp(-x^2-(y+1)^2) + 72*x*\exp(-x^2-y^2) - 148*x^3*\exp(-x^2-y^2) - 20*y^5*\exp(-x^2-y^2) + 40*x^5*\exp(-x^2-y^2) + 40*x^2*\exp(-x^2-y^2)*y^5 - 2/3*\exp(-(x+1)^2-y^2) - 4/3*\exp(-(x+1)^2-y^2)*x^2 - 8/3*\exp(-(x+1)^2-y^2)*x$
- $d^2z/dy^2 = -6*(1-x)^2*\exp(-x^2-(y+1)^2) + 3*(1-x)^2*(-2*y-2)^2*\exp(-x^2-(y+1)^2) + 200*y^3*\exp(-x^2-y^2) - 200*y^5*\exp(-x^2-y^2) + 20*(1/5*x-x^3-y^5)*\exp(-x^2-y^2) - 40*(1/5*x-x^3-y^5)*y^2*\exp(-x^2-y^2) + 2/3*\exp(-(x+1)^2-y^2) - 4/3*y^2*\exp(-(x+1)^2-y^2)$

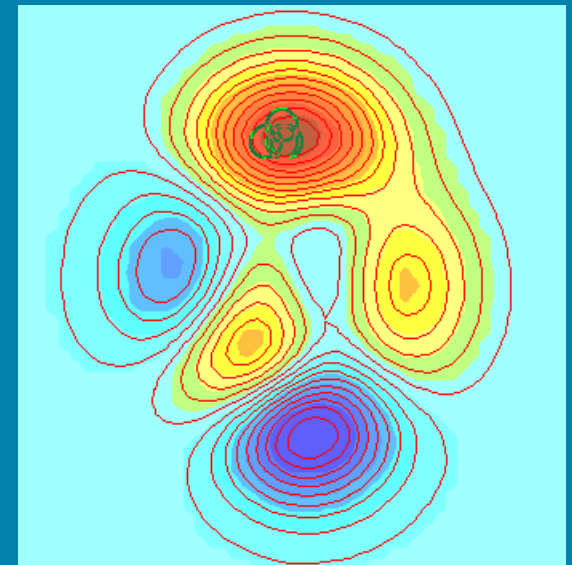
# Γενετικοί αλγόριθμοι



Αρχικός πληθυσμός



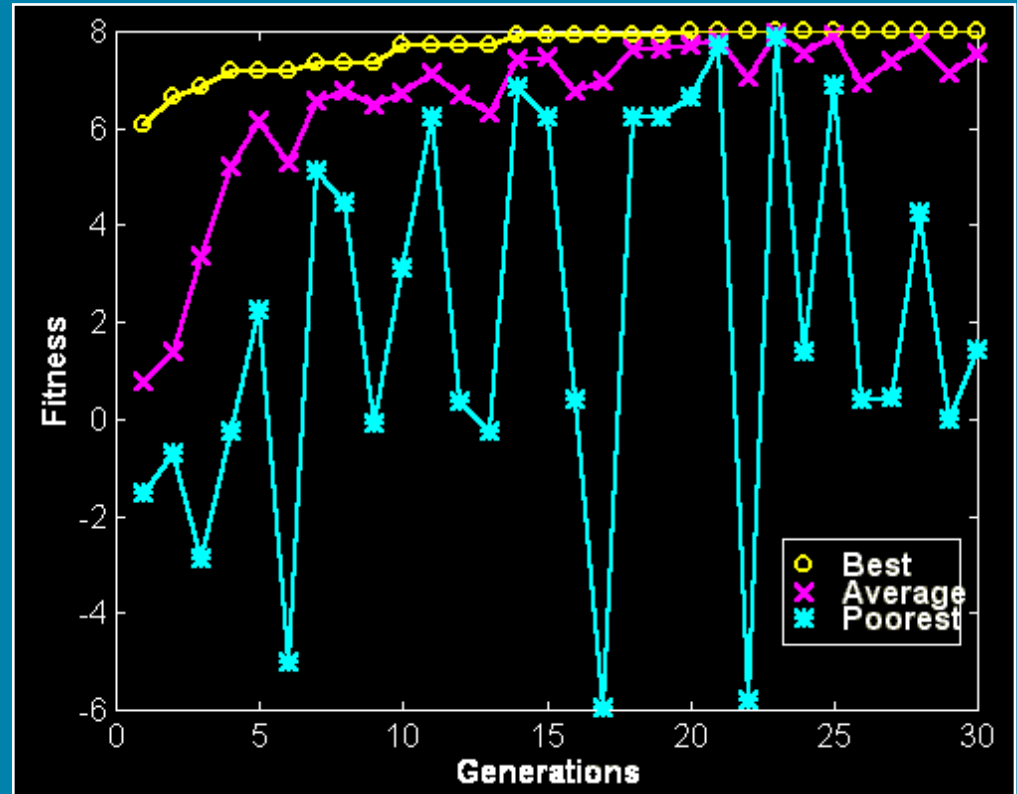
5η γενιά



10η γενιά

# Γενετικοί αλγόριθμοι

## Γράφημα επίδοσης



Πρόωρη σύγκλιση

“Exploitation vs  
exploration”

Μείωση ποικιλίας

Genetic drift

## File Exchange


DEMO

## Global Optimization with MATLAB

by [Stuart Kozola](#)

08 Apr 2010 (Updated 01 Sep 2018)

Demo files from the 2010 webinar "Global Optimization with MATLAB Products"

 [Watch this File](#)

★★★★★

4.8 | 10 ratings

[Rate this file](#)

50 Downloads (last 30 days)

File Size: 1.16 MB

File ID: #27178

Version: 1.0.0.1

## File Information

**Description** This submission contains the demo files used in the Global Optimization with MATLAB webinar: <http://www.mathworks.com/videos/global-optimization-with-matlab-products-81716.html>  
MultStart Demos

- \* Peaks Minimization
- \* Nonlinear Curve Fitting

## GlobalSearch Demos

- \* Peaks Minimization
- \* Volumetric Efficiency Maximization

## Simulated Annealing Demos

- \* Peaks Minimization
- \* Eight Queens Problem
- \* Galactic Traveling Salesman

## Pattern Search Demos

- \* Peaks Minimization
- \* Mount Washington Demo

## Genetic Algorithm Demos

- \* Peaks Minimization
- \* Rastrigins Function Minimization
- \* Particle Swarm Example
- \* Multiobjective Genetic Algorithm

## Comparison of Solvers on Rastrigins Function

- \* Comparison of Multiple Solvers on Rastrigins



# Γενετικοί αλγόριθμοι

Δυνατότητες - Περιορισμοί

Επεκτάσεις – Παραλλαγές

Άλλες κωδικοποιήσεις/τελεστές

- πραγματικοί αριθμοί (Michalewicz, 1996)
- πίνακες, λίστες, αντικείμενα
- εξάρτηση από το πρόβλημα

Προσαρμογή παραμέτρων

Παράλληλες υλοποιήσεις

# Διαδική κωδικοποίηση

## Το θεώρημα των σχημάτων (Holland)

Σχήμα (Schema) = Ακολουθία που περιλαμβάνει 0, 1 και '\*' ("don't care")

Π.χ. το σχήμα

1	*	*	0
---	---	---	---

παριστάνει το σύνολο των δυαδικών ακολουθιών (χρωμοσωμάτων)

1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0

Μια δυαδική ακολουθία μήκους  $L$  είναι εκπρόσωπος (στιγμιότυπο) καθενός από τα  $2^L$  διαφορετικά σχήματα με τα οποία ταιριάζει.

# Επίδραση της επιλογής

$a(s,t)$  : Αριθμός στιγμιοτύπων του σχήματος  $s$   
στον πληθυσμό τη στιγμή (γενιά)  $t$

$f(x)$  : Τιμή προσαρμογής της ακολουθίας  $x$

$\bar{f}(s,t)$  : Μέση τιμή προσαρμογής των στιγμιοτύπων  
του σχήματος  $s$  στον πληθυσμό τη στιγμή  $t$

$F(t)$  : Μέση τιμή προσαρμογής όλων των μελών  
του πληθυσμού τη στιγμή  $t$

Πιθανότητα  
επιλογής

$$\text{Pr}(x) = \frac{f(x)}{\sum_j f(x_j)} = \frac{f(x)}{N F(t)}$$

# Επίδραση της επιλογής

Πιθανότητα επιλογής στιγμιοτύπου του σχήματος  $s$ :

$$\Pr(x \in s) = \sum_{x \in s \cap P(t)} \frac{f(x)}{N F(t)} = \frac{f(s, t)}{N F(t)} \alpha(s, t)$$

Αναμενόμενος αριθμός στιγμιοτύπων του σχήματος  $s$  από τις  $N$  ανεξάρτητες επιλογές:

$$E[\alpha(s, t + 1)] = \frac{f(s, t)}{F(t)} \alpha(s, t)$$

# Επίδραση της διασταύρωσης

$p_c$  : Πιθανότητα εφαρμογής του τελεστή διασταύρωσης σε ένα μέλος του πληθυσμού

$l(s)$  : Ορίζον μήκος (defining length) του σχήματος  $s$   
(απόσταση μεταξύ των ακραίων ορισμένων ψηφίων)

Πιθανότητα επιβίωσης του σχήματος  $s$  (πιθανότητα ένα τυχαίο μέλος του πληθυσμού που εκπροσωπεί το σχήμα  $s$  να εξακολουθεί να το εκπροσωπεί μετά την εφαρμογή της διασταύρωσης):

$$p^c(s) = 1 - p_c \frac{l(s)}{L-1}$$

# Επίδραση της μετάλλαξης

$p_m$  : Πιθανότητα μετατροπής ενός ψηφίου ενός μέλους του πληθυσμού με εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης

$\tau(s)$  : Αριθμός των ορισμένων ψηφίων του σχήματος  $s$

Πιθανότητα επιβίωσης του σχήματος  $s$  (πιθανότητα ένα τυχαίο μέλος του πληθυσμού που εκπροσωπεί το σχήμα  $s$  να εξακολουθεί να το εκπροσωπεί μετά την εφαρμογή της μετάλλαξης):

$$p^m(s) = (1 - p_m)^{\tau(s)}$$

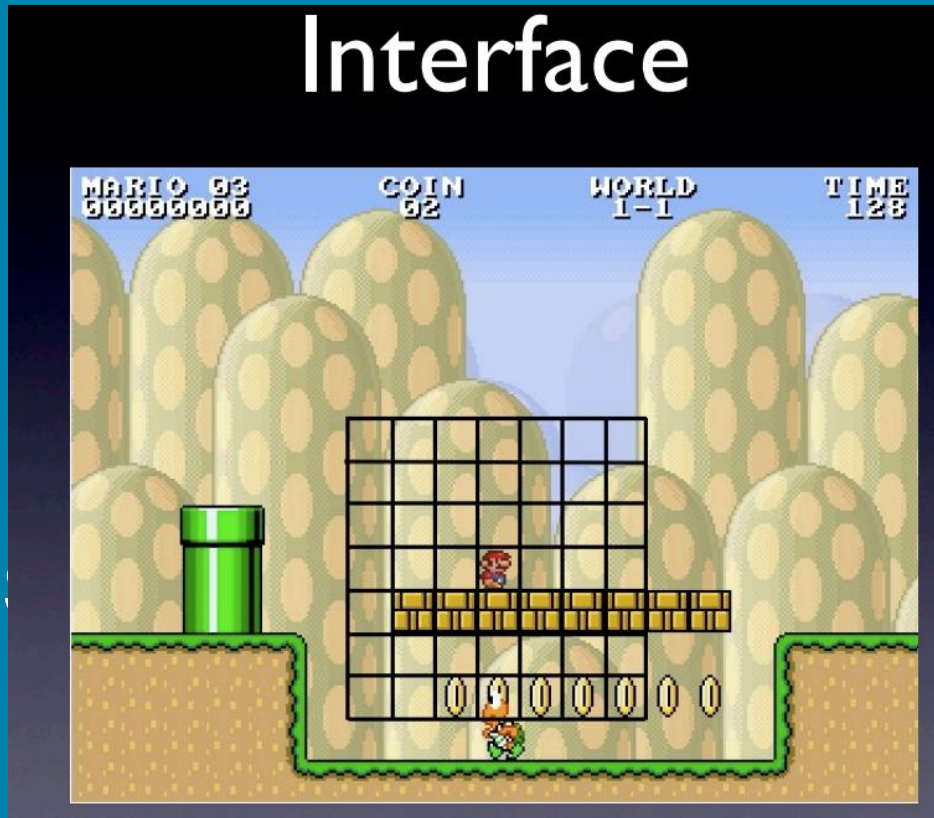


# Εξίσωση ανάπτυξης των σχημάτων

Κάτω φράγμα της αναμενόμενης συχνότητας του σχήματος  $s$  (λαμβάνοντας υπόψη μόνο την αρνητική επίδραση των τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης):

$$E[\alpha(s, t + 1)] \geq \frac{f(s, t)}{F(t)} \alpha(s, t) \left( 1 - p_c \frac{l(s)}{L-1} \right) (1 - p_m)^{\tau(s)}$$

# Interface



Διπλωματική: Ανάπτυξη ευφυούς χειριστή mario  
με γενετικούς αλγόριθμους

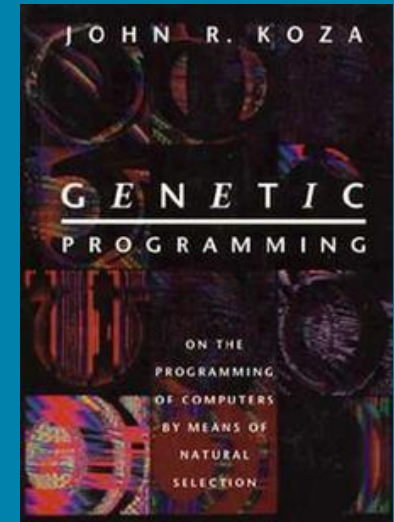
Συνάρτηση προσαρμογής:

Πόσο μακριά στην πίστα μπορείς να προχωρήσεις

# Γενετικός Προγραμματισμός (GP)

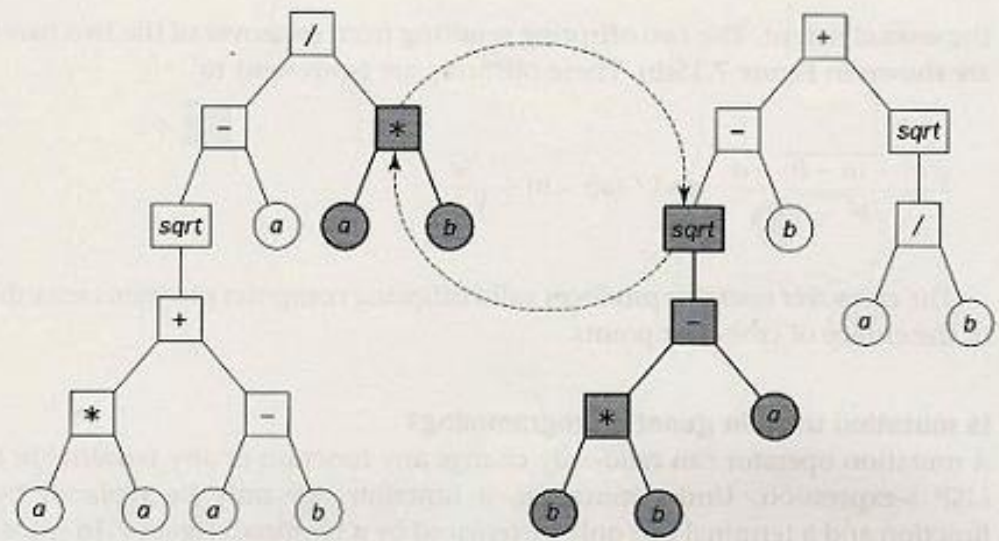
## Koza, 1992

- Εξέλιξη προγράμματος (κώδικα) για την επίλυση ενός προβλήματος
- Αναπαράσταση προγράμματος: συντακτικό δέντρο
- Δομικά στοιχεία: Πρωτογενείς συναρτήσεις, δεδομένα εισόδου (τερματικά σύμβολα)  $\Rightarrow$  **LISP**
- Συνάρτηση προσαρμογής: σφάλμα εξόδου σε σύνολο εκπαιδευτικών δεδομένων
- Επιλογή (κλωνοποίηση), διασταύρωση, μετάλλαξη



# ΓΕΝΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ: ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ

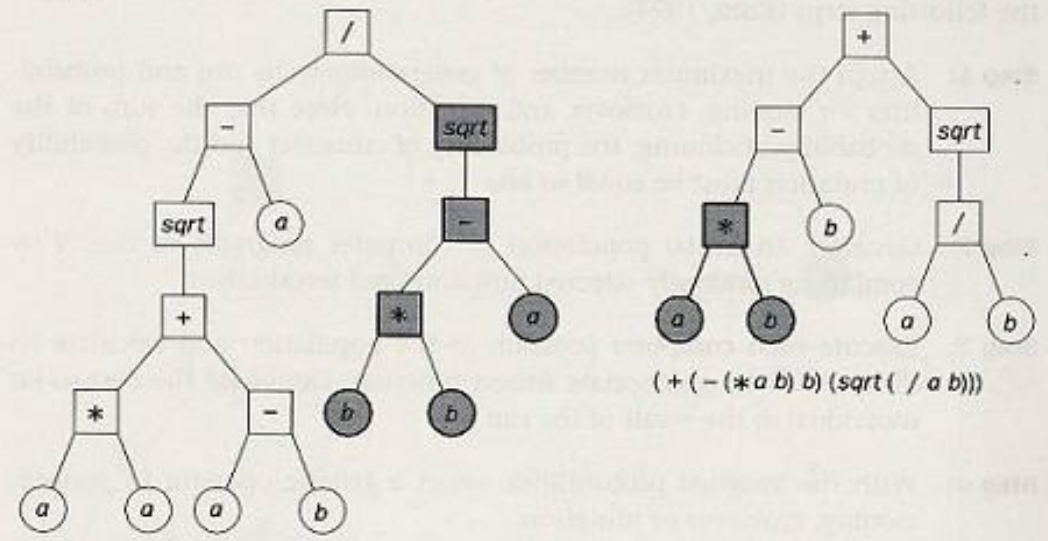
GENETIC PROGRAMMING



$$(/ (- (sqrt (+ (* a a) (- a b))) a) (* a b))$$

$$(+ (- (sqrt (- (* b b) a)) b) (sqrt (/ a b)))$$

(a)

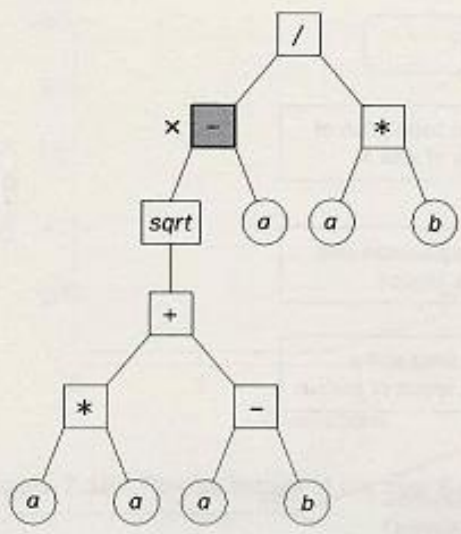


$$(/ (- (sqrt (+ (* a a) (- a b))) a) (sqrt (- (* b b) a)))$$

$$(+ (- (* a b) b) (sqrt (/ a b)))$$

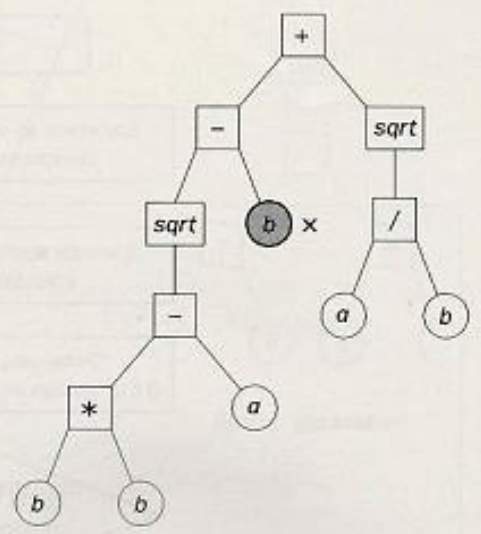
(b)

# ΓΕΝΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ: Μετάλλαξη

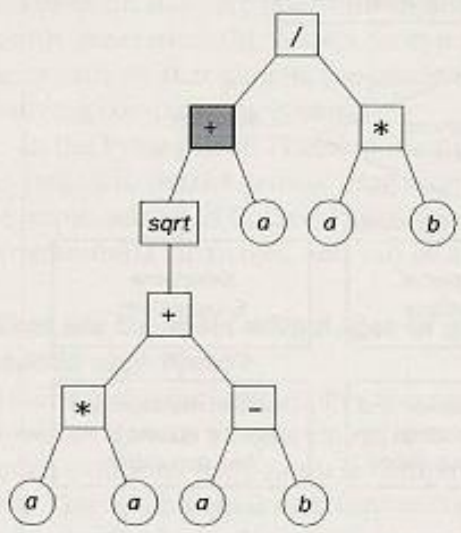


$$(/ (- (\text{sqrt} (+ (* a a) (- a b))) a) (* a b))$$

(a)

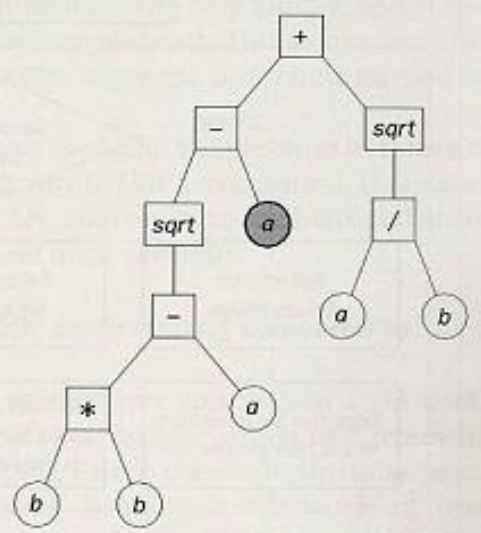


$$(+ (- (\text{sqrt} (- (* b b) a)) b) (\text{sqrt} (/ a b)))$$



$$(/ (+ (\text{sqrt} (+ (* a a) (- a b))) a) (* a b))$$

(b)



$$(+ (- (\text{sqrt} (- (* b b) a)) a) (\text{sqrt} (/ a b)))$$

# Στρατηγικές Εξέλιξης (Evolutionstrategien - ES)

Rechenberg, 1965, Schwefel, 1981

- Βελτιστοποίηση τεχνικών προβλημάτων
- Κωδικοποίηση με πραγματικούς αριθμούς
- Αναπαραγωγή λύσεων με τυχαίες αλλαγές των τιμών των μεταβλητών



# Στρατηγικές Εξέλιξης

## ΒΑΣΙΚΟ ΣΧΗΜΑ

Ένας γονέας – ένα παιδί (1+1)-ES

- Κωδικοποίηση: διάνυσμα μεταβλητών  $X = [x_i]$
- Σε κάθε βήμα (μόνο μετάλλαξη):
  - Τελεστής μετάλλαξης  $x'_i = x_i + N(0, \sigma_i)$
  - Κρατείται η λύση  $X$  ή  $X'$  με την καλύτερη προσαρμογή



# Στρατηγικές Εξέλιξης

## ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΣΕ ΠΛΗΘΥΣΜΙΑΚΟ ΣΧΗΜΑ

$\mu$  γονείς –  $\lambda$  παιδιά ( $\mu < \lambda$ )

- Αναπαραγωγή λύσεων με εφαρμογή μετάλλαξης και επανασυνδυασμού (recombination) σε κάθε βήμα (Πολλοί τρόποι υλοποίησης του τελεστή επανασυνδυασμού)
- Επιλογή των καλύτερων λύσεων

**$(\mu+\lambda)$ -ES (plus strategy):** Τα  $\mu$  άτομα της επόμενης γενιάς επιλέγονται από το σύνολο των  $\mu+\lambda$  γονέων και παιδιών

**$(\mu,\lambda)$ -ES (comma strategy):** Τα  $\mu$  άτομα της επόμενης γενιάς επιλέγονται από το σύνολο των  $\lambda$  παιδιών



# Εξελικτικός υπολογισμός

## Άλλες τεχνικές

- Memetic Algorithms (MA)
- Swarm Intelligence (SI)
  - Ant Colony Optimization (ACO)
  - Particle Swarm Optimization (PSO)
  - Artificial Bee Colony (ABC)
- Artificial Immune Systems (AIS)

