



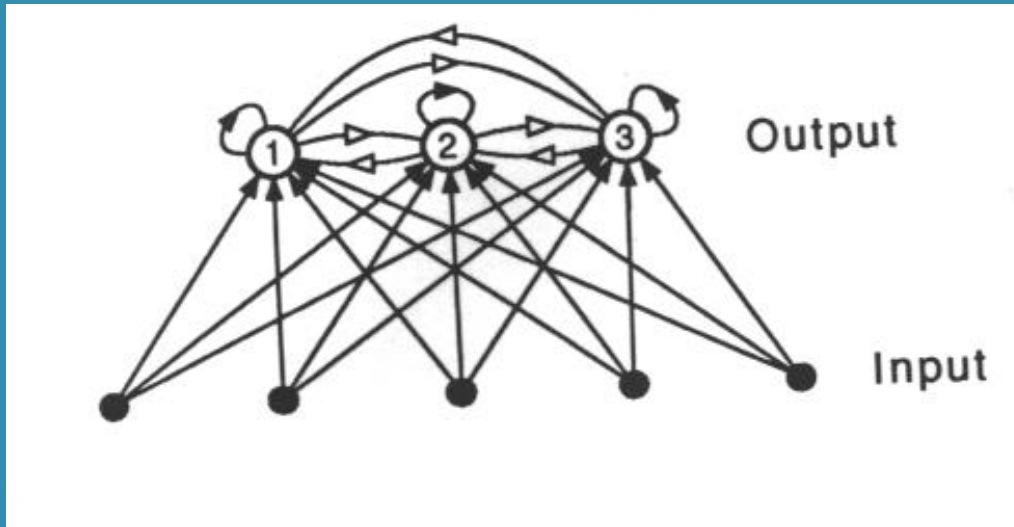
Ανταγωνιστική μάθηση



Μάθηση χωρίς επίβλεψη (Unsupervised learning)

- Μη επισημασμένα (unlabelled) δεδομένα
- Ομαδοποίηση (clustering)
 - Όμοιες είσοδοι πρέπει να ανήκουν στην ίδια ομάδα.
 - Οι ομάδες προσδιορίζονται από το δίκτυο βάσει συσχετίσεων των δεδομένων εισόδου.
- Αυτο-οργάνωση
- Κωδικοποίηση και συμπίεση δεδομένων \Rightarrow Κβαντισμός διανύσματος (vector quantization)
- Χάρτες χαρακτηριστικών (feature maps)
- Ανάλυση δεδομένων – data mining

Δίκτυα ανταγωνιστικής μάθησης



N : αριθμός
προτύπων εισόδου
 n : διάσταση εισόδου
 M : αριθμός
νευρώνων εξόδου
(ομάδων)

Επίπεδο εισόδου: Πρόσθια τροφοδότηση
Επίπεδο εξόδου: Ανταγωνιστικό επίπεδο

Δίκτυα ανταγωνιστικής μάθησης

ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΙ ΝΕΥΡΩΝΕΣ

“Winner-take-all” units (WTA)



“Grandmother” cells

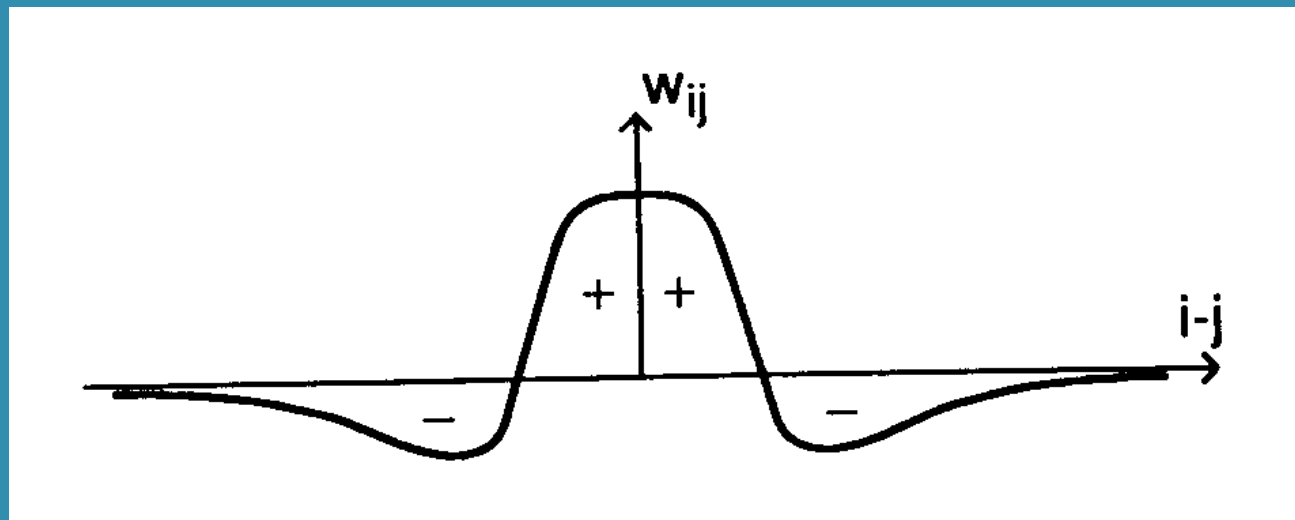


Εγκάρσια ανάδραση (lateral feedback)

- Εγκάρσια διέγερση (κοντινοί νευρώνες)
- Εγκάρσια ανάσχεση (μακρινοί νευρώνες)

Βιολογικό πρότυπο: σταδιακή μετάβαση
“Mexican hat”

“On-center/
Off-surround”
cells



Απλή ανταγωνιστική μάθηση

Φάση ανταγωνισμού

Νικητής

⇒ μέγιστη σταθμισμένη είσοδος
(εσωτερικό γινόμενο)

$$\max s_i = \sum_j w_{ij} x_j = \vec{w}_i \vec{x}$$

⇒ ελάχιστη ευκλείδεια απόσταση

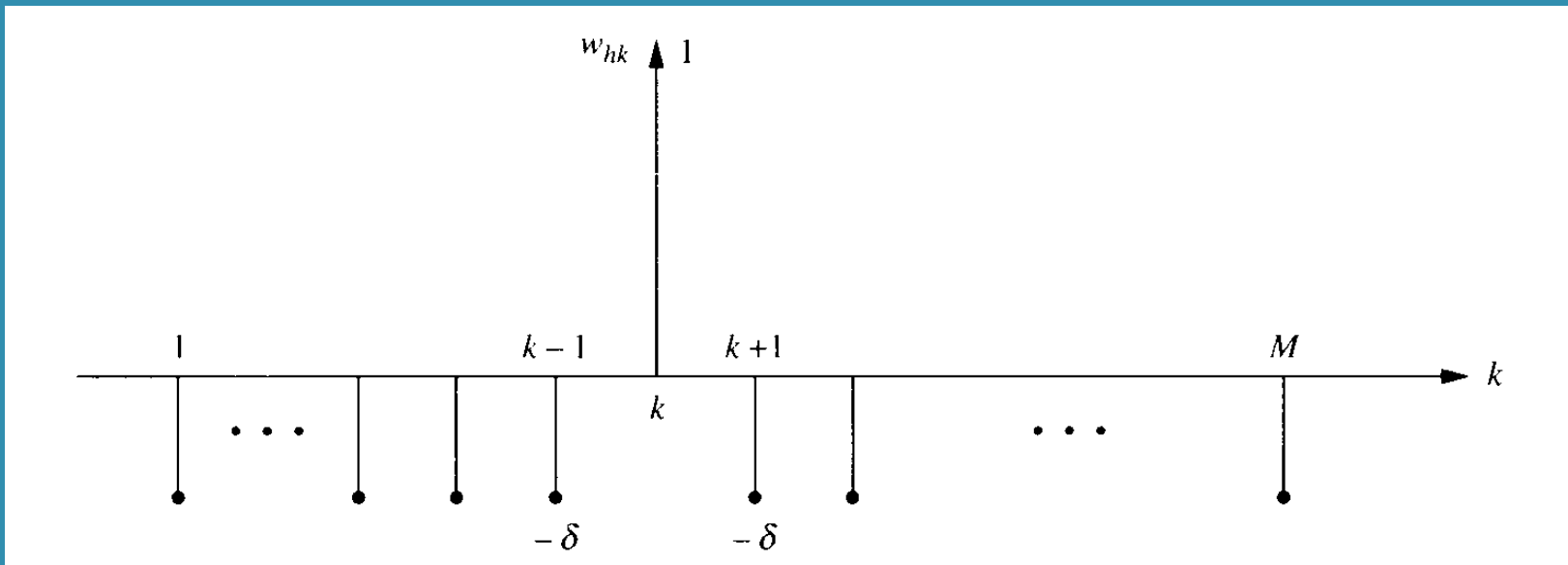
$$\min d_i = \left\| \vec{w}_i - \vec{x} \right\|$$

Ισοδύναμα αν τα βάρη

είναι κανονικοποιημένα, π.χ.

$$\left\| \vec{w}_i \right\| = 1, \quad \forall i$$

Maxnet: υλοποίηση εγκάρσιας ανάδρασης (R. Lippman, 1987)



$$w_{hk} = \begin{cases} 1, & h = k \\ -\delta, & h \neq k, \delta < 1/(M-1) \end{cases} \quad 1 \leq h, k \leq M$$

Maxnet: λειτουργία ανταγωνιστικού επιπέδου

Αρχικές είσοδοι
(αφαιρούνται στη συνέχεια)

$$s_i = \sum_j w_{ij} x_j$$

Επαναληπτικός υπολογισμός εξόδων
(σιγμοειδής f)

$$y_i(0) = f(s_i)$$

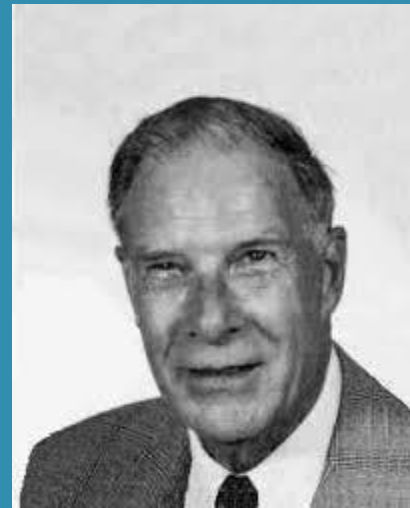
$$y_i(\tau + 1) = f\left(y_i(\tau) - \delta \sum_{k \neq i} y_k(\tau)\right)$$

Εγγυημένη
σύγκλιση
ανταγωνισμού

Δίκτυο δύο επιπέδων:

Πρόσθια τροφοδότηση +
επαναληπτική λειτουργία (Maxnet)

= **Hamming Net**



Richard W. Hamming

1915-1998

(Turing Award, 1968)

be no experiments at the needed energy levels." He replied, like a physicist talking to a mathematician, that he wanted me to check the arithmetic not the physics, and left. I said to myself, "What have you done, Hamming, you are involved in risking all of life that is known in the Universe, and you do not know much of an essential part?" I was pacing up and down the corridor when a friend asked me what was bothering me. I told him. His reply was, "Never mind, Hamming, no one will ever blame you." [5]

Los Alamos, 1945-46

Απλή ανταγωνιστική μάθηση

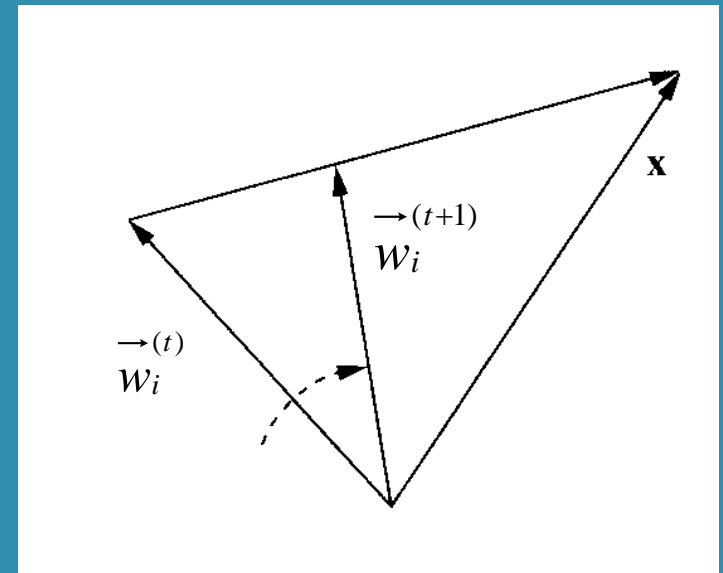
Φάση ανταμοιβής

Βασικός κανόνας

$$\vec{w}_i^{(t+1)} = \vec{w}_i^{(t)} + \eta(t) \left[\vec{x} - \vec{w}_i^{(t)} \right]$$

$$0 \leq \eta(t) \leq 1$$

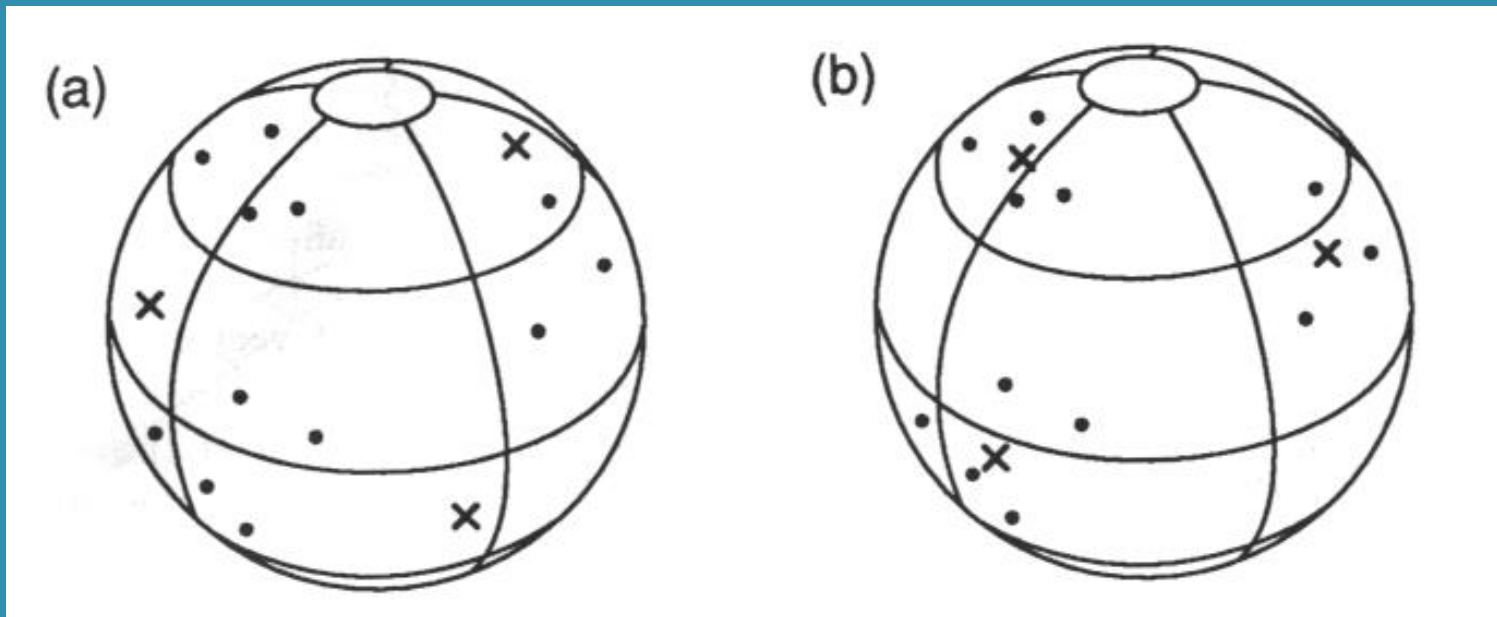
Πιθανή κανονικοποίηση βαρών
Φθίνων συντελεστής μάθησης



Απλή ανταγωνιστική μάθηση

Ομαδοποίηση:

Σύγκλιση στα κέντρα βάρους



Το πρόβλημα των “νεκρών” κόμβων

Απλή ανταγωνιστική μάθηση

Ελαχιστοποίηση συνάρτησης κόστους

$$\begin{aligned} E(\vec{w}) &= \frac{1}{2} \sum_k \sum_i M(i, k) \left\| \vec{x}^i - \vec{w}_k \right\|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_k \sum_i \sum_j M(i, k) (x_j^i - w_{kj})^2 \end{aligned}$$

$$M(i, k) = \begin{cases} 1 & \text{αν } k \text{ νικητής με είσοδο } \vec{x}^i \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Συνάρτηση συμμετοχής ομάδας

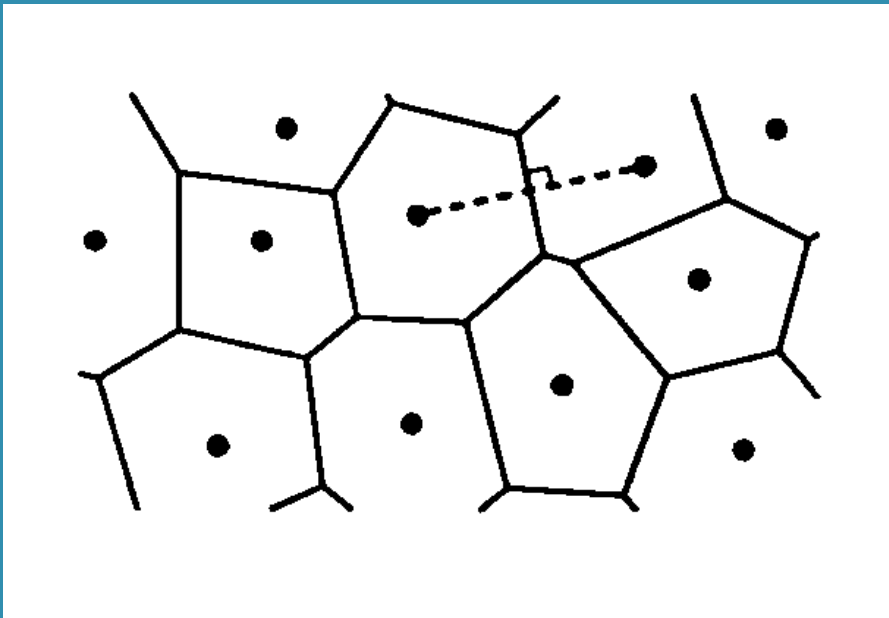
Κάθοδος κλίσης: τοπικά ελάχιστα

$$\Delta \vec{w}_k = -\eta \frac{\partial E}{\partial \vec{w}_k} = \eta \sum_i M(i, k) \left(\vec{x}^i - \vec{w}_k \right)$$

Προσέγγιση αυξητικής μεταβολής

Διανυσματικός κβαντισμός (vector quantization - VQ)

- M κατηγορίες διανυσμάτων (codebook)
- Εύρεση συνόλου πρωτότυπων διανυσμάτων (prototype vectors)



Πλησιέστερος γείτονας
(nearest-neighbor)



Διάγραμμα Voronoi
(ψηφιοθέτηση Dirichlet)

Ο αλγόριθμος k -μέσων (k -means)

- Σταθερός (προκαθορισμένος) αριθμός ομάδων
- Σημειακή ομαδοποίηση (point clustering)
- Παραμετρική ομαδοποίηση
 - Εύρεση συμπαγών ομάδων (νεφών)
 - Κάθε ομάδα αντιπροσωπεύεται από ένα σημείο.
- Άκαμπτη ομαδοποίηση (hard clustering)
 - Αντιστοίχιση καθενός προτύπου σε μια ομάδα

Ο αλγόριθμος k -μέσων

Σε κάθε βήμα :

- Ταξινόμηση καθενός προτύπου στην ομάδα Ω_k με τη μικρότερη απόσταση

$$d(\vec{x}^i, \vec{w}_k) = \min_j d(\vec{x}^i, \vec{w}_j)$$

- Υπολογισμός των νέων κέντρων των ομάδων

$$\vec{w}_j^{(t+1)} = \frac{1}{N_j^{(t)}} \sum_{\vec{x}^i \in \Omega_j^{(t)}} \vec{x}^i$$

N_j : αριθμός προτύπων στην ομάδα Ω_j

Συνολική ενημέρωση (batch update) σε κάθε βήμα
 \Rightarrow Κάθοδος κλίσης

Ασαφής ομαδοποίηση (Fuzzy clustering)

- Εύκαμπτη ομαδοποίηση (soft clustering)
 - Κάθε πρότυπο μπορεί να ανήκει σε περισσότερες από μία ομάδες.
 - Βαθμός συμμετοχής (membership degree) $u_{ij} \in [0,1]$ του προτύπου i στην ομάδα j

$$\sum_{j=1}^M u_{ij} = 1$$

- Δυνατότητα μετάβασης σε άκαμπτη ομαδοποίηση
Παρέχει περισσότερη πληροφορία (κέντρα ομάδων και βαθμός συμμετοχής).

Ασαφής αλγόριθμος k -μέσων (Fuzzy k -means)

Σε κάθε βήμα :

- Υπολογισμός βαθμών συμμετοχής

$$u_{ij}^{(t)} = \frac{1}{\sum_{k=1}^M \frac{d(\vec{x}_i, \vec{w}_j^{(t)})}{d(\vec{x}_i, \vec{w}_k^{(t)})}}$$

- Υπολογισμός των νέων κέντρων των ομάδων

$$\vec{w}_j^{(t+1)} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(u_{ij}^{(t)}\right)^q \vec{x}_i}{\sum_{i=1}^N \left(u_{ij}^{(t)}\right)^q}$$

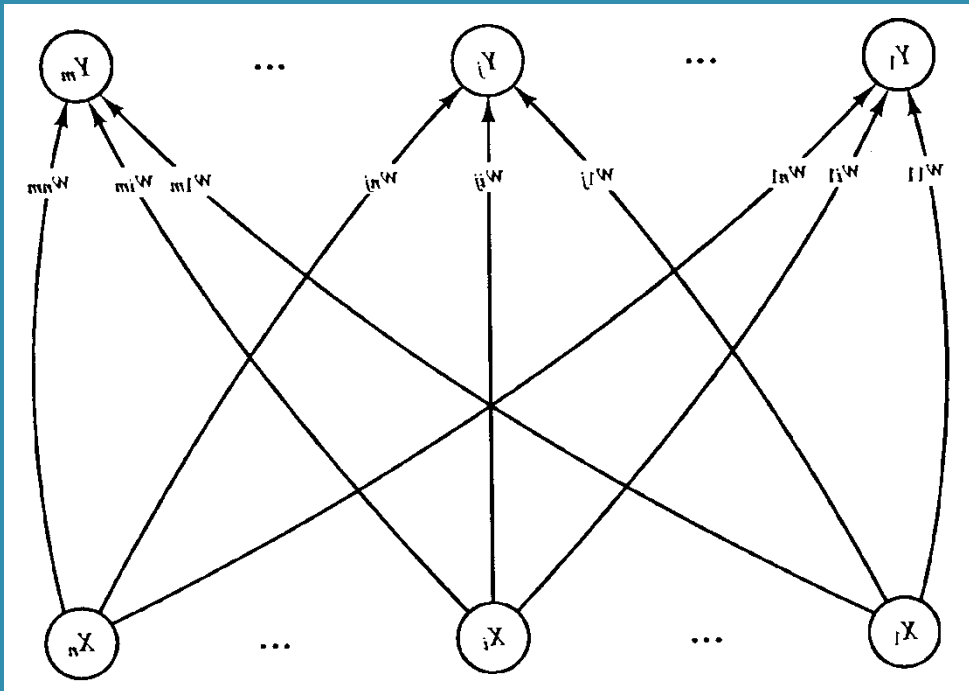
$q > 1$

τυπική τιμή $q=2$

Διανυσματικός κβαντισμός: Μη επιβλεπόμενη μάθηση

Απλή ανταγωνιστική μάθηση

Νευρωνική (σειριακή) διατύπωση του αλγορίθμου k -μέσων



Αριθμός εξόδων =
αριθμός ομάδων

Ενημέρωση βαρών
του νικητή μόνο

Διανυσματικός κβαντισμός: Επιβλεπόμενη μάθηση

Ο αλγόριθμος LVQ
(Learning Vector Quantization)
(Teuvo Kohonen, 1989)



- Επισημασμένα (labelled) εκπαιδευτικά πρότυπα (συμμετοχή σε κατηγορίες)
- Ανάθεση ενός ή περισσότερων πρωτότυπων διανυσμάτων ανά κατηγορία (αρχικοποίηση βαρών με εκπαιδευτικά πρότυπα)

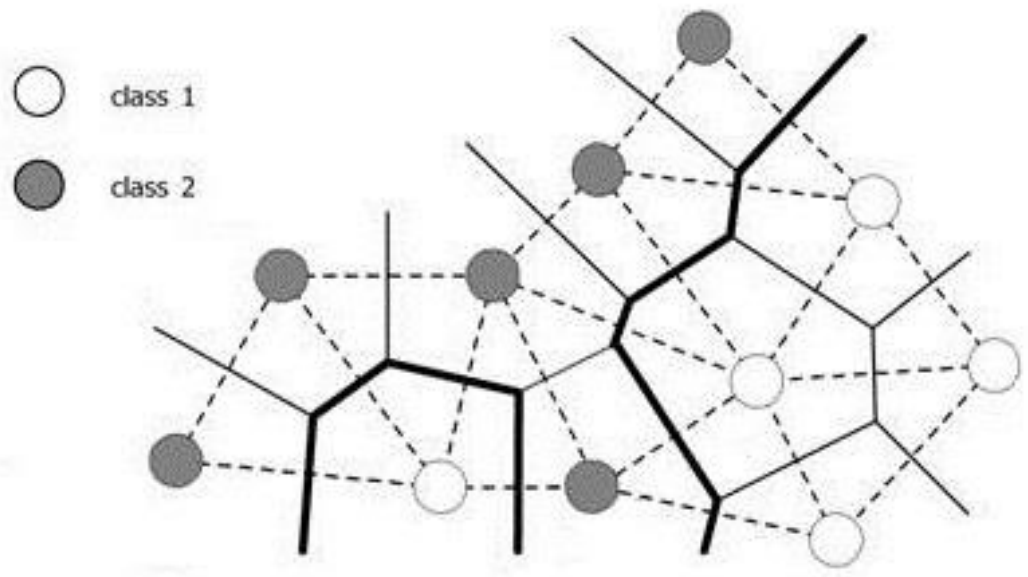
Ο αλγόριθμος LVQ

Ανταμοιβή

Ενημέρωση των βαρών μόνο του νικητή ανάλογα με την κατηγορία του

$$\Delta \vec{w}_k = \begin{cases} \eta (\vec{x} - \vec{w}_k) & \text{Σωστή κατηγορία νικητή} \\ -\eta (\vec{x} - \vec{w}_k) & \text{Λανθασμένη κατηγορία νικητή (απόθεση)} \end{cases}$$

Βελτιωμένες εκδόσεις: LVQ1 (conscience), LVQ2



LVQ

Μέθοδοι ανταγωνιστικής μάθησης

<http://www.demogng.de>

Σχετικές βιβλιογραφικές πηγές

- T. Kohonen, Self-Organizing Maps (3rd Edition), Springer, 2000.
- M.T. Hagan, H.B Demuth, M. H. Beale, O.De Jesús, Neural Network Design (2nd Edition), 2014.
- S. Haykin, Neural Networks and Learning Machines (3rd Edition), Pearson, 2008.
- S. Haykin, Neural Networks, A Comprehensive Foundation (2nd Edition), Prentice-Hall, 1998.
- R. J. Schalkoff, Artificial Neural Networks, McGraw-Hill, 1997.
- N.K. Bose, P. Liang, Neural Network Fundamentals with Graphs, Algorithms, and Applications, McGraw-Hill, 1995.
- J.A. Hertz, A.S. Krogh and R.G. Palmer, Introduction to The Theory Of Neural Computation, Santa Fe Institute Series, 1991.
- S. Haykin, Νευρωνικά Δίκτυα και Μηχανική Μάθηση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2010.